

Résolution numérique par FreeFem++

Cette PC permet de prendre en main le code éléments finis FreeFem++ disponible sur <http://www.freefem.org/ff++/> pour résoudre l'équation de la chaleur.

MF 204 2017/2018

Jeudi 7 Décembre 2017

Exercice 1 : Refroidissement d'un rectangle 2D.

On rappelle la solution pour un mur infini, cf cours page 2.15 - 2.16, et PC 1, équation de la chaleur sans dimension et conditions mixtes associées $\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} = \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2}\right)$, avec $\bar{T} = 1$ en $\bar{t} = 0$ et $-\left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}}\right) = \pm Bi \bar{T}$ en $\bar{t} > 0$ et $\bar{x} = \pm 1$. La solution sous forme d'une série de Fourier, avec $k_i t g(k_i) = Bi$ est :

$$\bar{T} = \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{2 \sin(k_i)}{k_i + \sin(k_i) \cos(k_i)} \exp(-k_i^2 \bar{t}) \cos(k_i \bar{x})$$

- si $Bi = \infty$, il s'agit du cas de la température imposée; $k_i = (2i - 1)\pi/2$ (cf PC 1)

- si Bi tend vers 0, k_1 tend vers 0 car $k_1 \sim Bi^{1/2}$ et $\bar{T} \sim \exp(-Bi \bar{t})(1 - Bi \bar{x}^2/2 + \dots)$,

Voir la page <http://www.lmm.jussieu.fr/~lagree/COURS/ENSTA/HTMLPC/PC1/FF++/index.html> pour le code. On utilisera gnuplot pour tracer les courbes.

- Vérifier que pour un rectangle avec condition de Neumann aux deux bords supérieurs et inférieurs (adiabatique), on retrouve pour des conditions de Dirichlet et de Robin (à droite et à gauche) la solution analytique.
- Vérifier que pour les temps courts (et Dirichlet) on retrouve la solution en fonction erreur de la PC1.
- Faire varier le nombre de Biot, constater que l'on retrouve le cas Dirichlet à grand Biot, et une décroissance exponentielle (système mince) pour de petits Biot.

Exercice 2 : Ailette.

- <http://www.lmm.jussieu.fr/~lagree/COURS/ENSTA/C2cond.ENSTA.pdf> page 2.25 l'Ailette : Code : <http://www.lmm.jussieu.fr/~lagree/COURS/ENSTA/HTMLPC/PC1/FF++/ailette.edp>. Constatez que l'on retrouve la solution analytique pour un petit nombre de Biot.

Exemples avec Navier Stokes pour mémoire.

- <http://www.lmm.jussieu.fr/~lagree/COURS/ENSTA/HTMLPC/PC2/index.html> Convection forcée, solution semblable de Lévêque (cf PC suivante)
- <http://www.lmm.jussieu.fr/~lagree/COURS/ENSTA/HTMLPC/PC3/index.html> Point d'arrêt chaud (cf PC encore suivante).
- <http://www.lmm.jussieu.fr/%7Elagree/COURS/ENSTA/web/CLib/RayleighBenard/index.html> Convection Naturelle, stabilité de Rayleigh Bénard
- <http://www.lmm.jussieu.fr/%7Elagree/COURS/ENSTA/web/CLib/thermiKVIT/index.html> Convection Naturelle, cavité chauffée.

Micro projet à rendre pour la semaine du contrôle (ayant pour base cette PC)

Identifiez un problème simple de conduction thermique pure pour un objet (de forme simple : carré, triangle, rond..) baigné par un fluide (modélisé par un coefficient d'échange et/ou un flux et/ou une température imposée). Ecrire les équations avec les conditions aux limites. Résoudre avec FreeFem++ ou tout autre logiciel (cast3M, Matlab, C...), faire varier un (ou plusieurs) paramètre pour étudier son influence. Rédiger (en binôme) un mini rapport au style impersonnel (rapport d'étude de bureau d'étude) en LaTeX. Chaque binôme envoie son rapport en pdf à pierre-yves.lagree@upmc.fr avant le jour de l'examen.

Si un problème de conduction pure vous semble trop simple, étudiez un problème avec Navier Stokes (partant des exemples NS sur la page de <http://www.freefem.org/ff++/>) ou des exemples Navier Stokes plus haut (point d'arrêt, Rayleigh Bénard...).