Conduction

équation de conservation de la masse :

$$\cancel{\frac{d\rho}{dt} + \rho \underline{\nabla} \cdot \underline{u} = 0.}$$

équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\cancel{\rho \frac{d\underline{u}}{dt} = \underline{\nabla} \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \underline{f}.}$$

équation de l'énergie :

$$\rho \frac{de}{dt} = \cancel{\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{D}}} - \underline{\nabla} \cdot \underline{q} + r.$$

relations constitutives :

$$\cancel{\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{I}} + \lambda \underline{\nabla} \cdot \underline{u}\underline{\underline{I}} + 2\mu \underline{\underline{D}}}$$

$$\underline{q} = -k \underline{\nabla} T.$$

loi d'état :

$$\cancel{p(\rho, T)}$$

coefficients :

$$c_v(T), \quad c_p(T), \quad \lambda(T), \quad \mu(T), \quad k(T)...$$

conditions aux limites T_w **OU** q_w imposés, adhérence à la paroi.

Conduction

équation de conservation de la masse :

$$\cancel{\frac{d\rho}{dt} + \rho \underline{\nabla} \cdot \underline{u} = 0.}$$

équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\cancel{\rho \frac{d\underline{u}}{dt} = \underline{\nabla} \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \underline{f}.}$$

$$de = c\,dT$$

équation de l'énergie :

$$\rho \frac{de}{dt} = \cancel{\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{D}}} - \underline{\nabla} \cdot \underline{q} + r.$$

$$\frac{\partial}{\partial t}$$

relations constitutives :

$$\cancel{\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{I}} + \lambda \underline{\nabla} \cdot \underline{u}\,\underline{\underline{I}} + 2\mu \underline{\underline{D}}}$$

$$\underline{q} = -k\underline{\nabla} T.$$

loi d'état :

$$\cancel{p(\rho, T)}$$

coefficients :

$$c_v(T), \quad c_p(T), \quad \lambda(T), \quad \mu(T), \quad k(T)...$$

conditions aux limites T_w **OU** q_w imposés, adhérence à la paroi.

Conduction

équation de conservation de la masse :

$$\cancel{\frac{d\rho}{dt} + \rho \underline{\nabla} \cdot \underline{u} = 0.}$$

équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\cancel{\rho \frac{d\underline{u}}{dt} = \underline{\nabla} \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \underline{f}.}$$

$$de = c dT$$

équation de l'énergie :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T$$

$$\frac{\partial}{\partial t}$$

relations constitutives :

$$\cancel{\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{I}} + \lambda \underline{\nabla} \cdot \underline{u}\underline{\underline{I}} + 2\mu \underline{\underline{D}}}$$

$$\underline{q} = -k \underline{\nabla} T.$$

loi d'état :

$$\cancel{p(\rho, T)}$$

coefficients :

$$c_v(T), \quad c_p(T), \quad \lambda(T), \quad \mu(T), \quad k(T)...$$

conditions aux limites T_w **OU** q_w imposés, adhérence à la paroi.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T$$

Conduction

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T$$

Conduction PURE

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T$$

Conduction

$$0 = \nabla^2 T$$

Conduction Stationnaire

Conduction Stationnaire

$$0 = \nabla^2 T$$

conduction dans l'objet, l'extérieur est modélisé par un coefficient d'échange

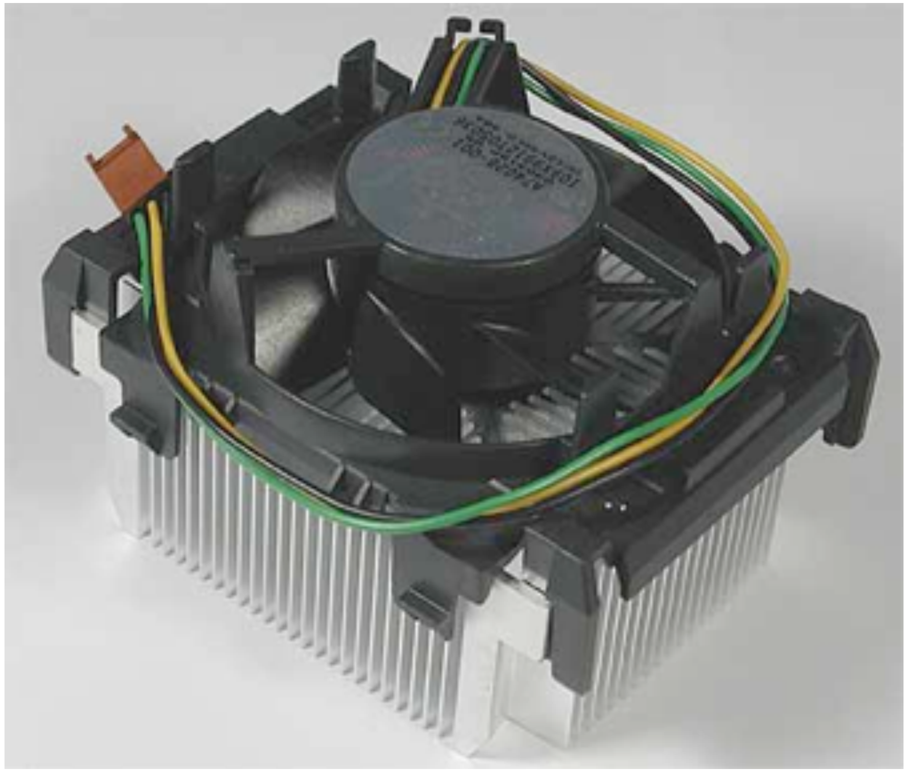
$$\boxed{(k[\frac{\partial T}{\partial n}]_w \underline{n} + h(T_w - T_f)))\underline{n} = 0.}$$

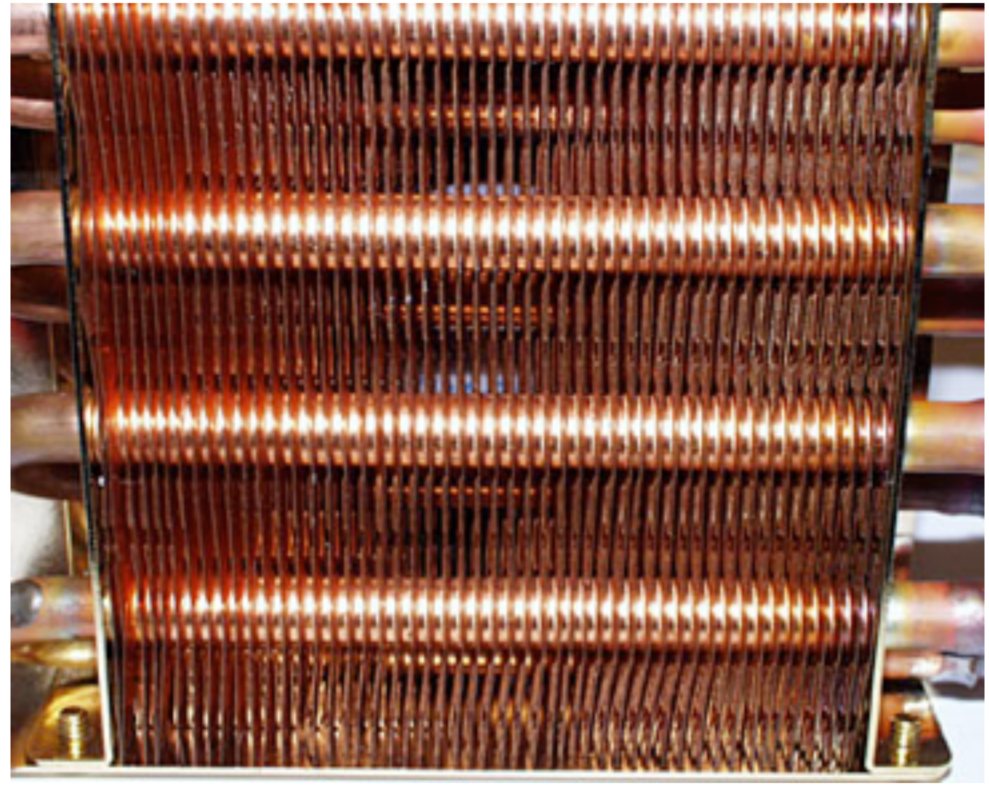
Exemple de l'Ailette

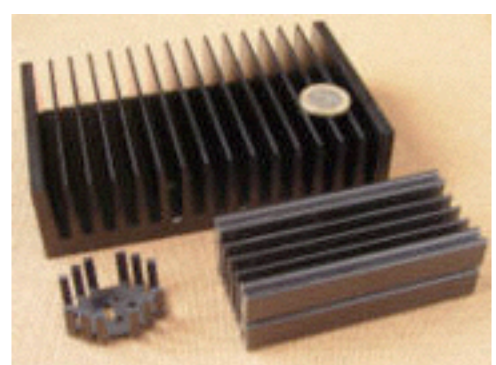
Biot $\dfrac{hL}{k}$

Exemple de l'Ailette

ENSTA





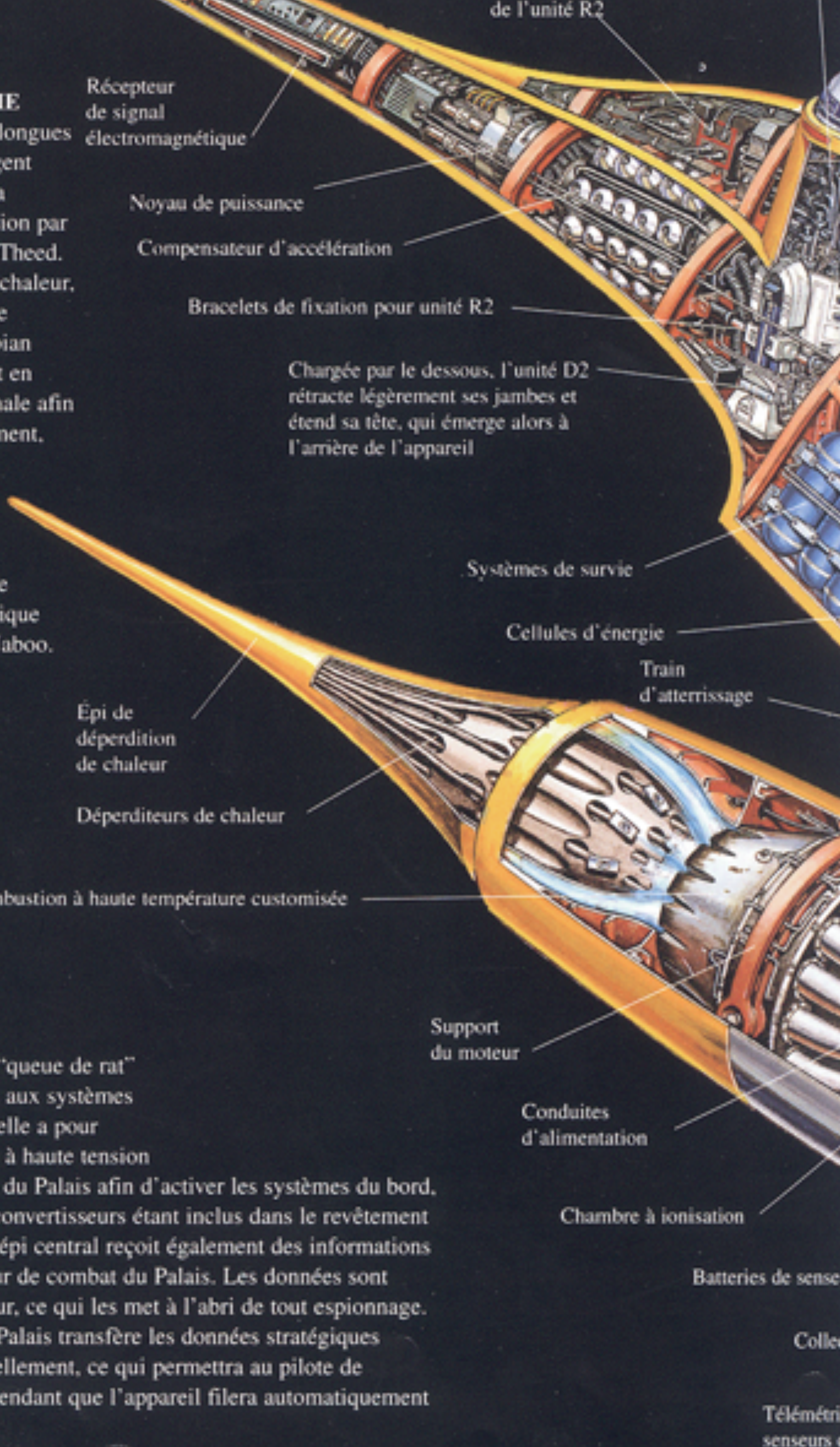


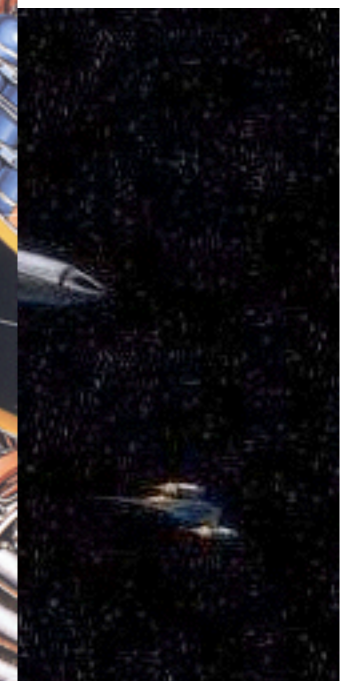
Conduction

sortie mer 19/10/99

L'ART ET L'INGÉNIERIE

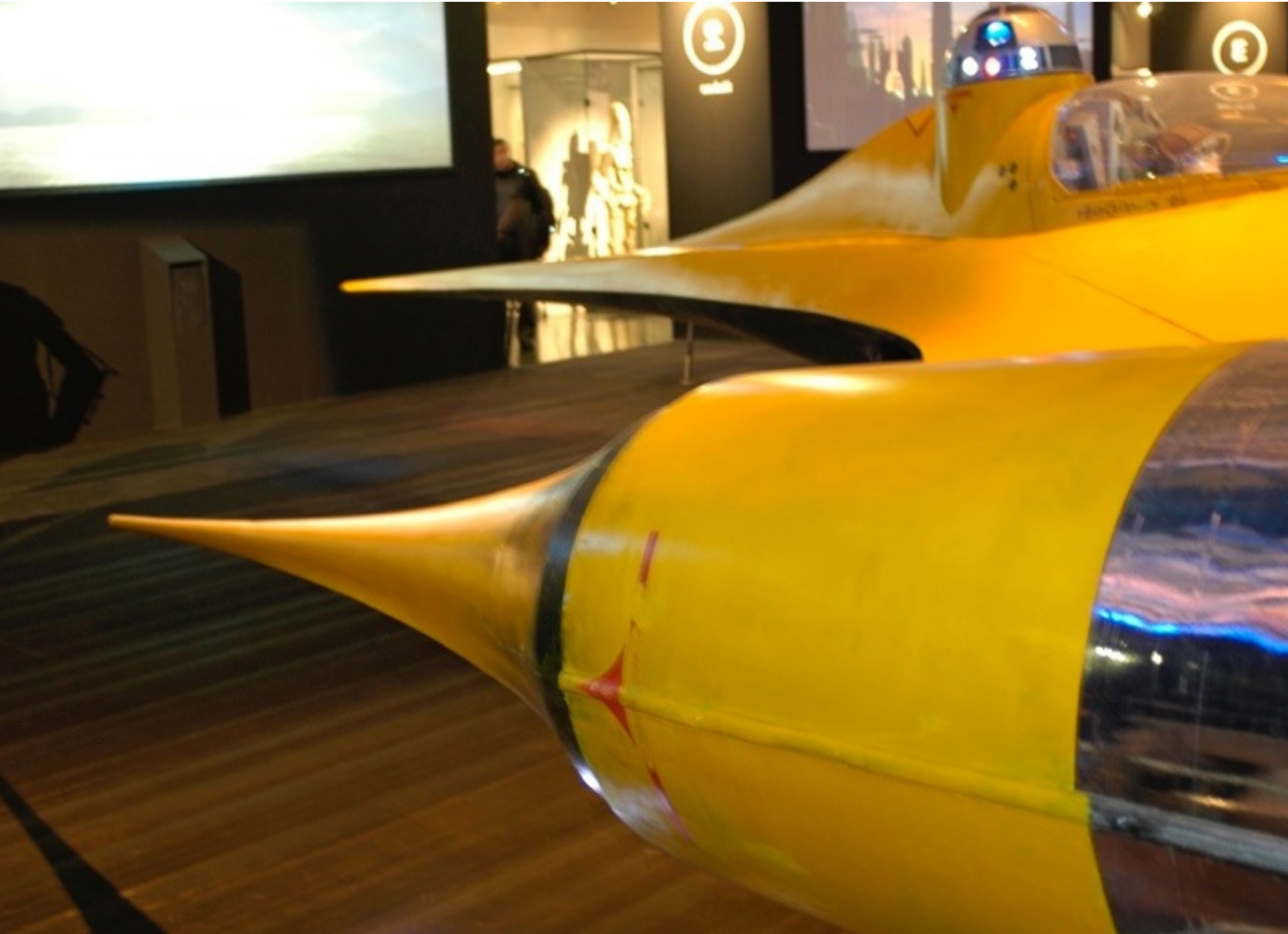
Nullement décoratives, les longues "queues de rat" qui prolongent les moteurs font partie de la customisation de la propulsion par les ingénieurs du Palais de Theed. Il s'agit de déperditeurs de chaleur, pour abaisser la température atteinte par les moteurs nubian modifiés. Ceux-ci chauffent en effet davantage que la normale afin de fonctionner plus proprement, car les Naboo sont désireux de ne pas polluer leur planète. L'élégance de ces déperditeurs combine parfaitement la vision artistique et l'ingénierie chères aux Naboo.





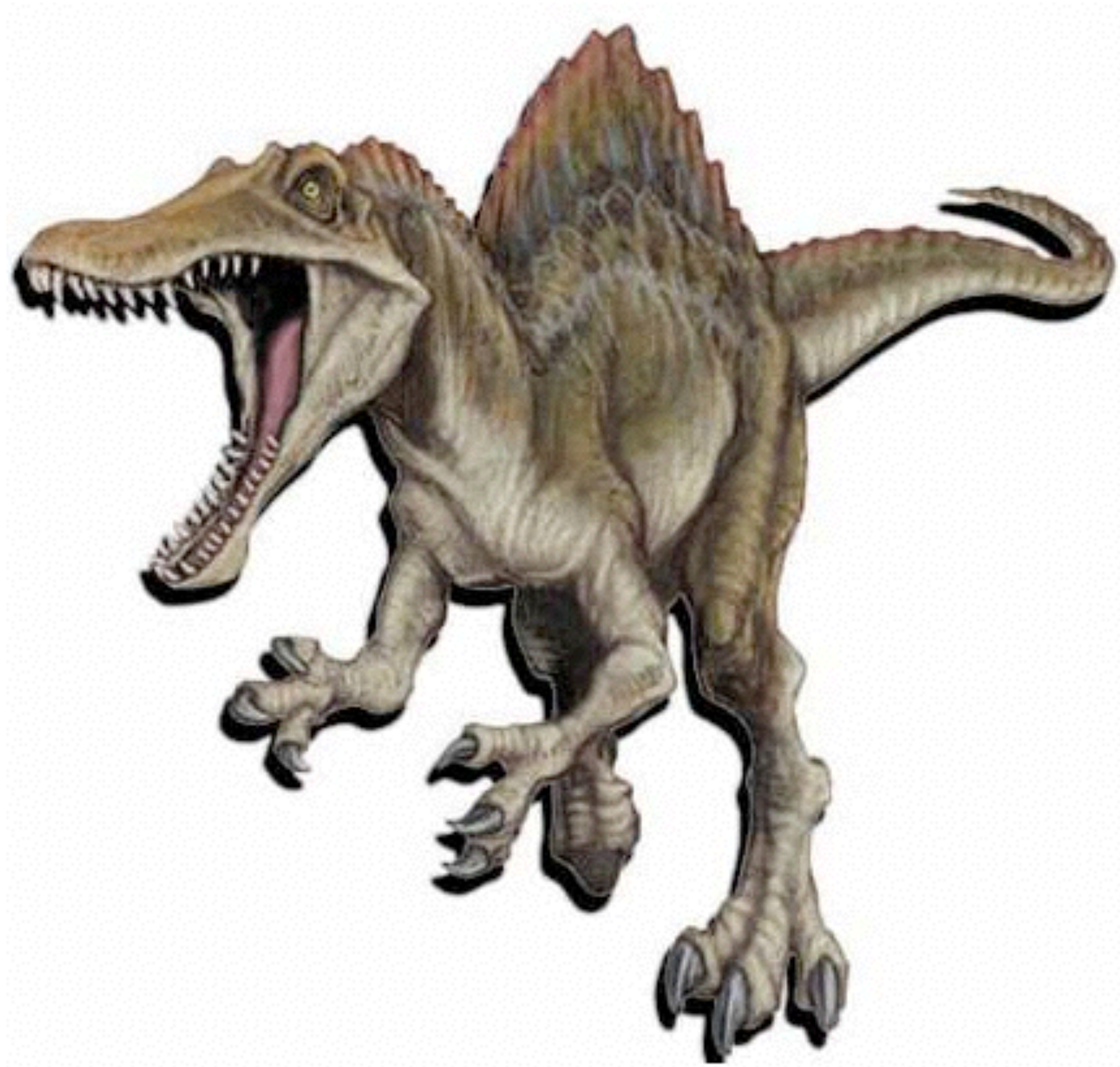
UNE QUEUE DE RAT SOUS HAUTE TENSION

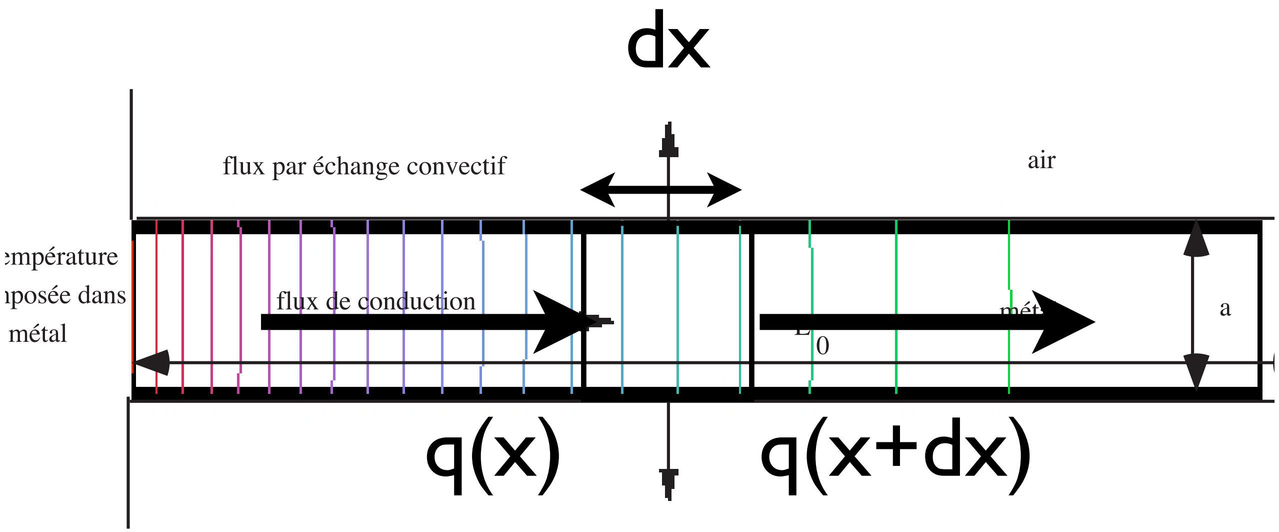
Élément crucial du N-1, la "queue de rat" centrale connecte l'appareil aux systèmes du Palais. En premier lieu, elle a pour fonction de capter l'énergie à haute tension délivrée par les générateurs du Palais afin d'activer les systèmes du bord, des transformateurs et des convertisseurs étant inclus dans le revêtement de l'engin. Par ailleurs, cet épi central reçoit également des informations codées issues de l'ordinateur de combat du Palais. Les données sont téléchargées dans le chasseur, ce qui les met à l'abri de tout espionnage. L'ordinateur de combat du Palais transfère les données stratégiques à chaque chasseur individuellement, ce qui permettra au pilote de se concentrer sur sa tâche pendant que l'appareil filera automatiquement vers sa cible.



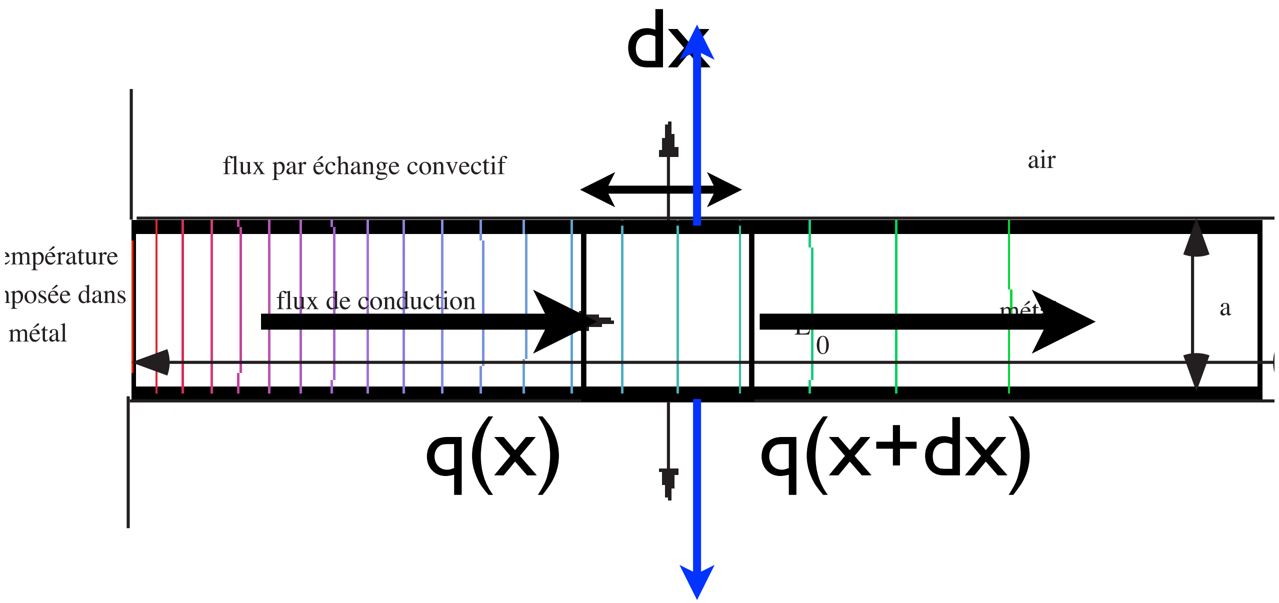
On peut aussi trouver des ailettes sur les dinosaures: **le spinosaure**

On peut aussi trouver des ailettes sur les dinosaures: **le spinosaure**



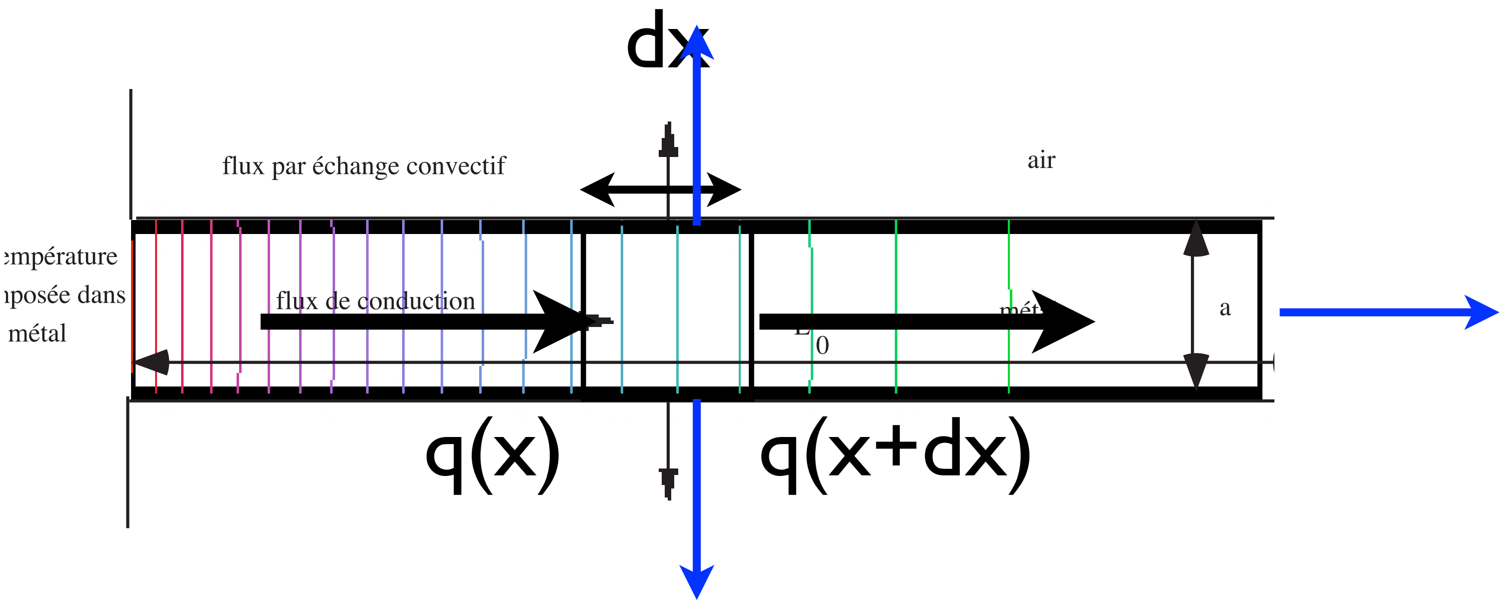

dx
flux par échange convectif
air
mpérature
posée dans
métal
flux de conduction
a
0
q(x)
q(x+dx)

échange avec l’extérieur



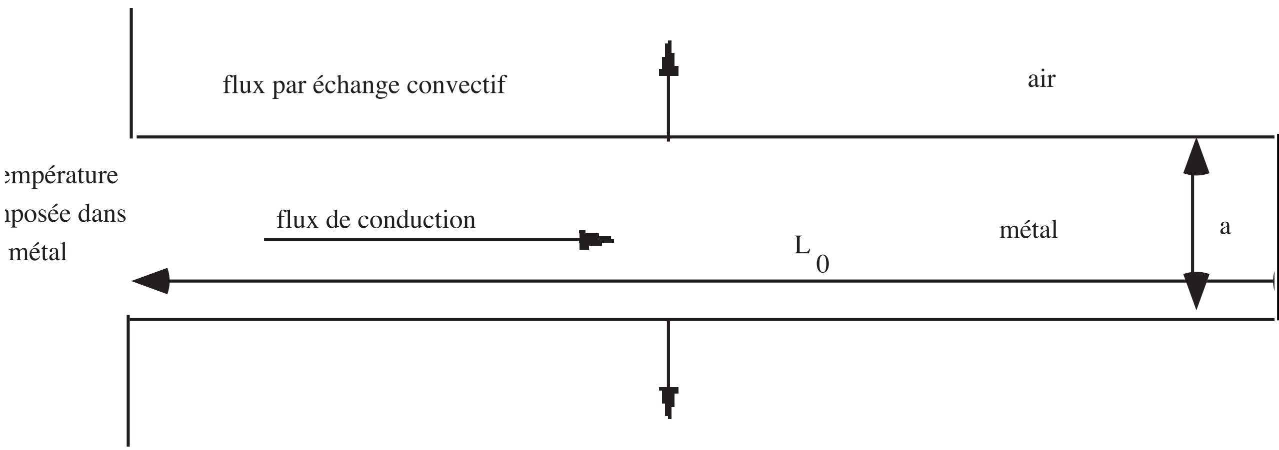
échange avec l’extérieur

échange avec l’extérieur



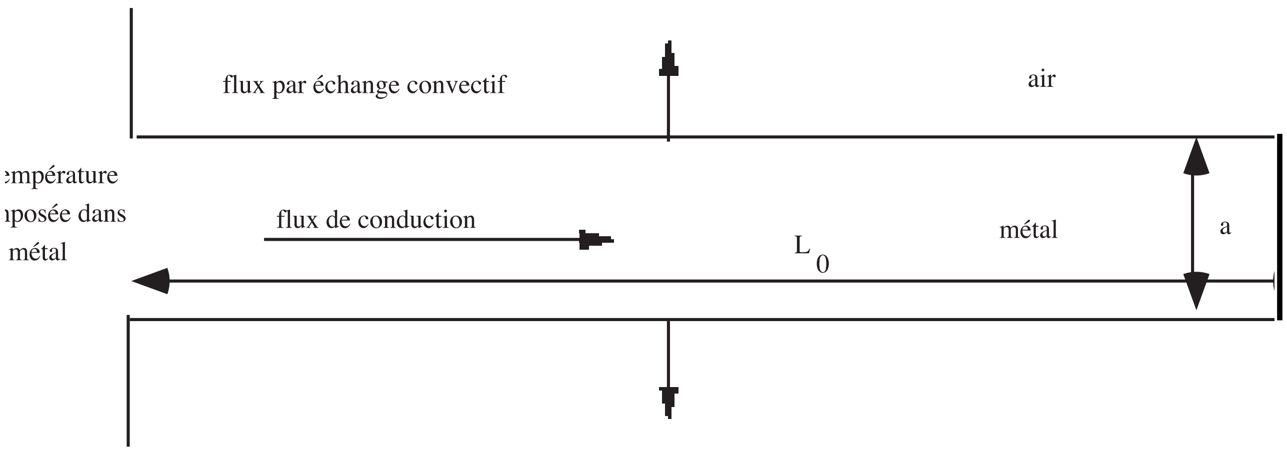
échange avec l’extérieur

échange avec l’extérieur


flux par échange convectif
air
empérature
iposée dans
métal
flux de conduction
métal
a
L_0

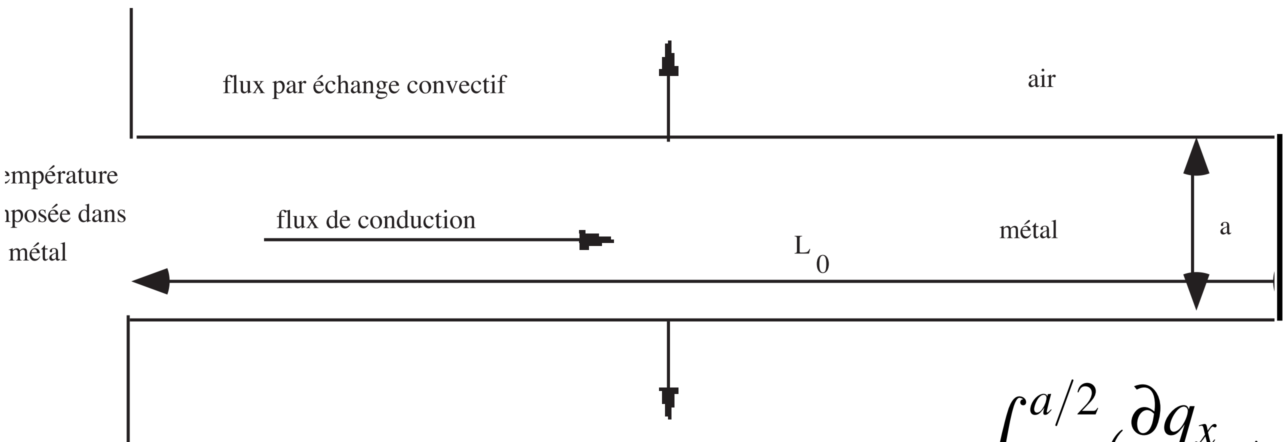
$$T(x,y) \simeq T_p(x)$$

$$q_x = -k\frac{dT_p}{dx}$$



$$T(x,y) \simeq T_p(x)$$

$$q_x = -k\frac{dT_p}{dx}$$

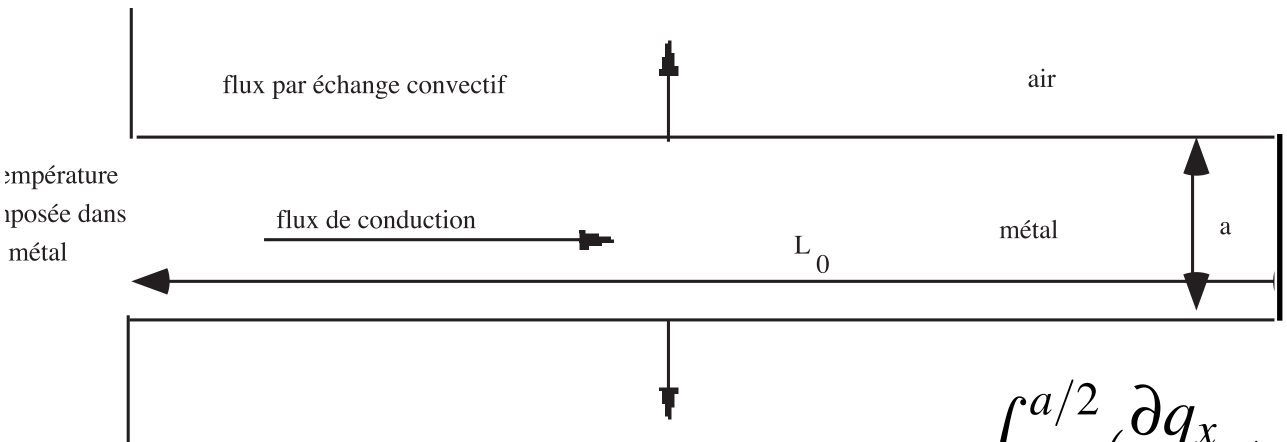


$$\int_0^{a/2} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y}\right) dy = 0$$

$$-\frac{ka}{2}\frac{d^2T_p}{dx^2} + q_y(x, a/2) - 0 = 0$$

$$T(x,y) \simeq T_p(x)$$

$$q_x = -k\frac{dT_p}{dx}$$

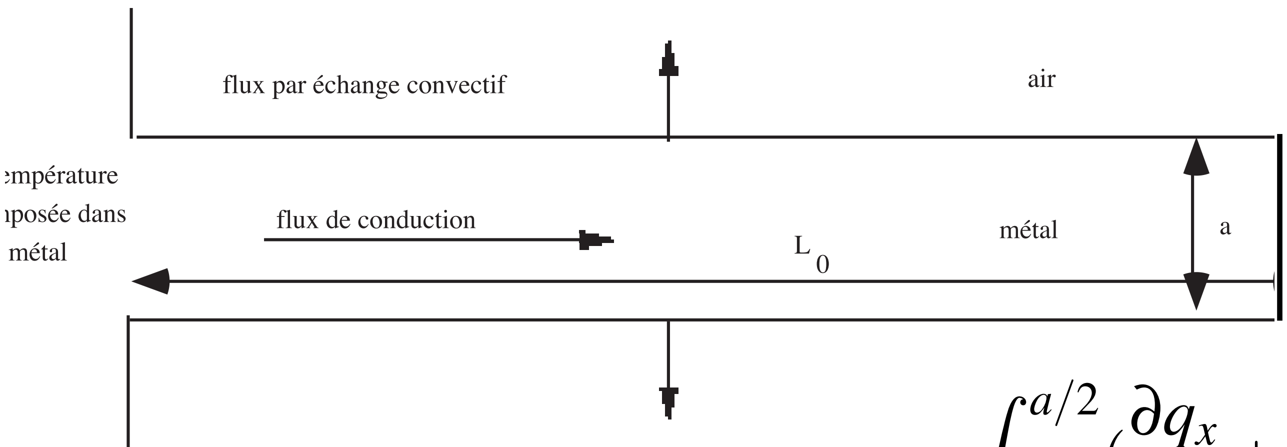


$$\int_0^{a/2} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y}\right) dy = 0$$

$$-\frac{ka d^2 T_p}{2 dx^2} + h(T_p(x) - T_{ext}) = 0$$

$$T(x,y) \simeq T_p(x)$$

$$q_x = -k\frac{dT_p}{dx}$$



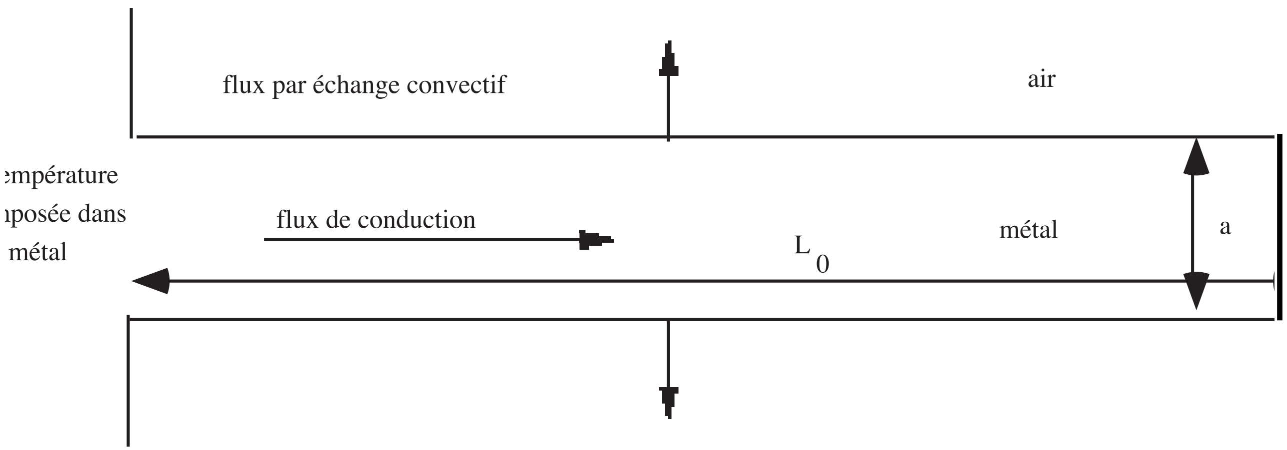
$$\int_0^{a/2} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y}\right) dy = 0$$

$$-\frac{d^2 T_p}{dx^2} + 2\frac{hk}{a}(T_p(x) - T_{ext}) = 0$$

$$x = \bar{x}\sqrt{ka/h}$$

$$T(x,y) \simeq T_p(x)$$

$$q_x = -k\frac{dT_p}{dx}$$

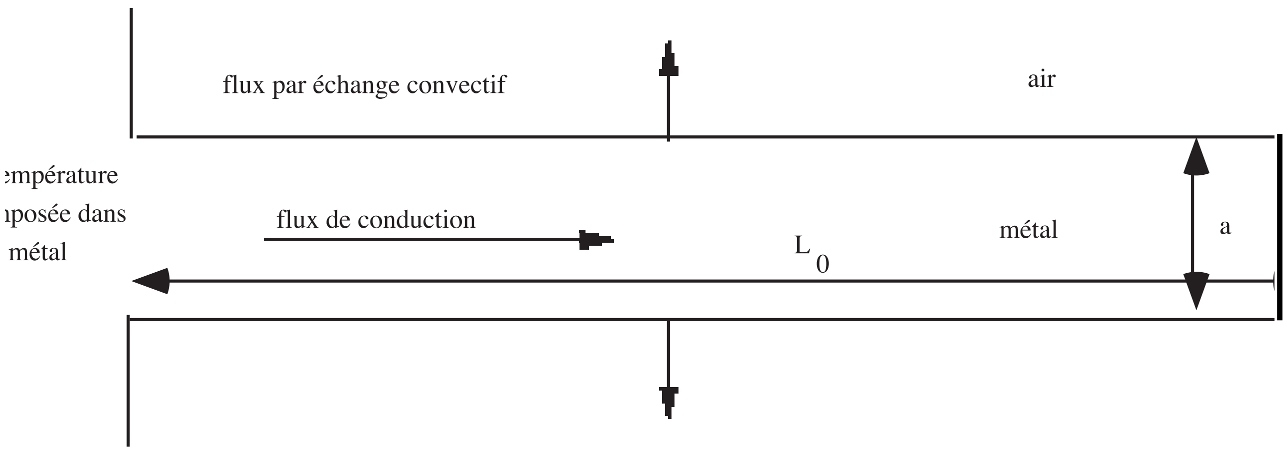


$$x = \bar{x}\sqrt{ka/h}$$

$$\frac{d^2\bar{T}_p(\bar{x})}{d\bar{x}^2} - 2\bar{T}_p(\bar{x}) = 0,$$

$$T(x,y) \simeq T_p(x)$$

$$q_x = -k\frac{dT_p}{dx}$$

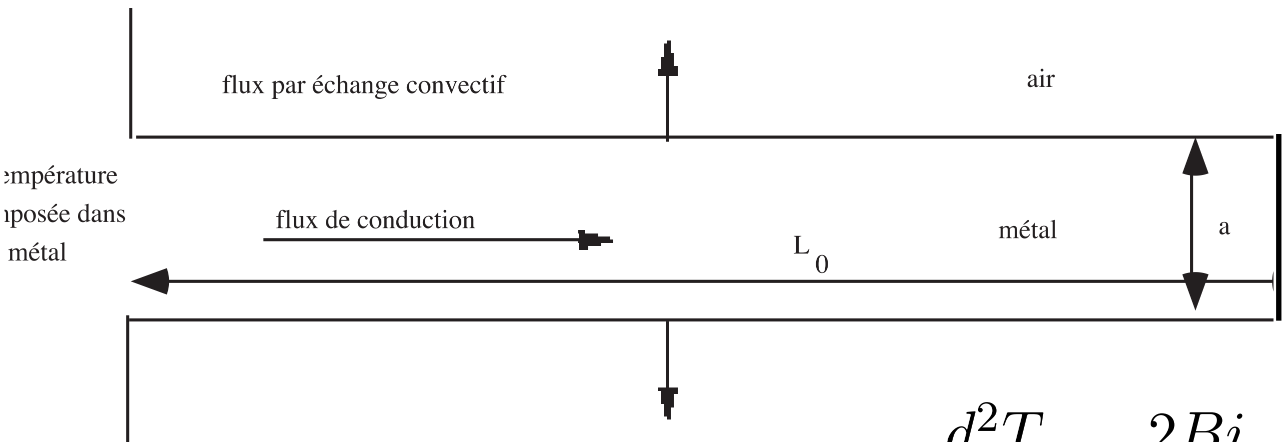


$$Bi = \frac{ah}{k}.$$

$$x = \bar{x}\sqrt{ka/h}$$

$$\bar{T}_p(\bar{x}) = \frac{ch(2^{1/2}(\bar{x}_s - \bar{x})) + Bi^{1/2} sh(2^{1/2}(\bar{x}_s - \bar{x}))}{ch(2^{1/2}\bar{x}_s) + Bi^{1/2} sh(2^{1/2}\bar{x}_s)},$$

$$T(x,y) \simeq T_p(x)$$
$$q_x = -k\frac{dT_p}{dx}$$



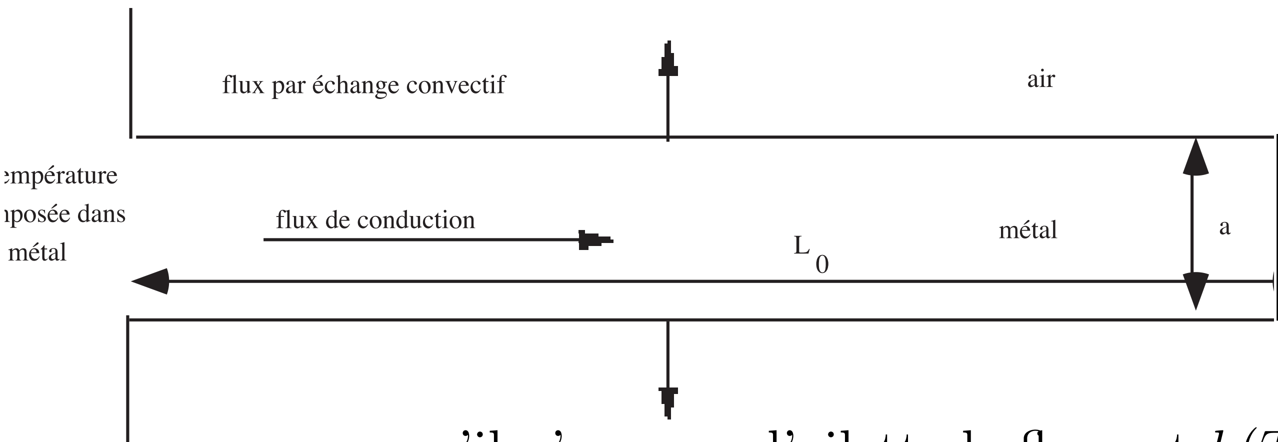
$$\frac{d^2T_p}{dx^2} - \frac{2Bi}{a^2}(T_p(x) - T_{ext}) = 0.$$

$$Bi = \frac{ah}{k}.$$

$$\frac{T - T_{ext}}{T_0 - T_{ext}} = \frac{ch(2^{1/2}(L_0/a - x/a)Bi^{1/2})) + (Bi/2)^{1/2} sh(2^{1/2}(L_0/a - x/a)Bi^{1/2})}{ch(2^{1/2}(L_0/a)Bi^{1/2}) + (Bi/2)^{1/2} sh(2^{1/2}(L_0/a)Bi^{1/2})}$$

$$\bar{T}(\bar{x},\bar{y}) = \bar{T}_p(\bar{x}) + O(Bi).$$

$$\bar{q}_x = -\frac{d\bar{T}_p(\bar{x})}{d\bar{x}}$$

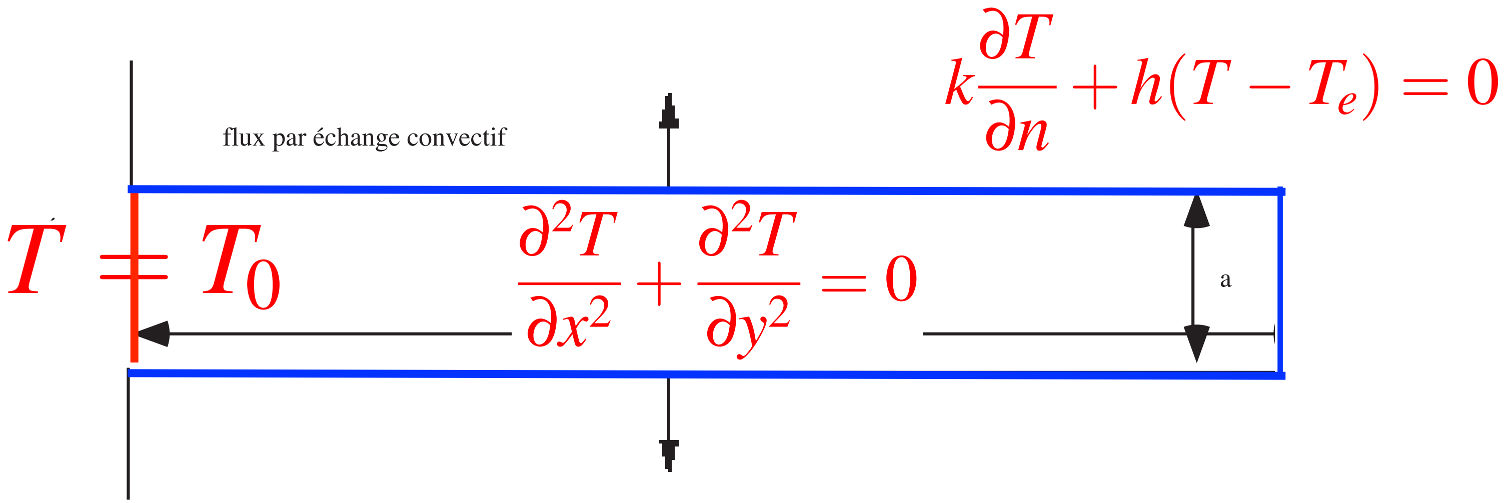


- s'il n'y a pas d'ailette le flux est $h(T_0 - T_{ext}) = (k/a)Bi(T_0 - T_{ext})$
- s'il y a une ailette le flux est $-k\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{k}{a}\sqrt{Bi}(T_0 - T_{ext})$

L'amplification du flux est :

$$\frac{-k\frac{\partial T}{\partial x}}{(T_0 - T_{ext})} = \frac{1}{\sqrt{Bi}} >> 1$$

Résolution Numérique Directe



Résolution Numérique Directe

Eléments Finis (FreeFem++)

$$(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}) = 0$$

$$\int\int dxdy\phi \; ((\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2})) = 0$$

fonction test

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \pm BiT$$

$$\iint \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\phi dxdy = -\iint \frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial x}dxdy + \int [\frac{\partial T}{\partial x}\phi]dy$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \pm BiT$$

$$\iint \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\phi dxdy = -\iint \frac{\partial T}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial y}dxdy + \int [\frac{\partial T}{\partial y}\phi]dx$$

Résolution Numérique Directe

Eléments Finis (FreeFem++)

$$(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}) = 0$$

$$\int\int dxdy\phi \ ((\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2})) = 0$$

fonction test

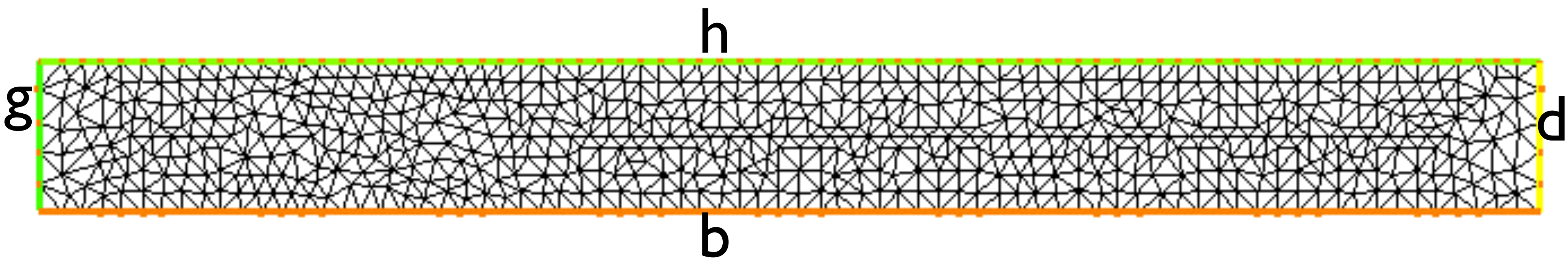
$$\boxed{-\int\int \frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial x} dxdy - \int\int \frac{\partial T}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial y} dxdy - \int hT\phi ds = 0}$$

Résolution Numérique Directe Eléments Finis (FreeFem++)

$$-\int\int \frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial x}dxdy - \int\int \frac{\partial T}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial y}dxdy - \int hT\phi ds = 0$$

```
fespace Vh2(Th,P2);
Vh2 T,Tp;



// resolution
problem ailette(T,Tp)=
   int2d(Th)(dx(T)*dx(Tp)+ dy(T)*dy(Tp))  //
   + int1d(Th,1,2,3) (H*T*Tp)
   + on(4,T=T0)  ;
```

Résolution Numérique Directe   Eléments Finis (FreeFem++)




```
// geometrie  du rectangle
real a=.1;
real L0=1;
// longueur L0, epaisseur a, a/L0<<1

// definition des cotes Maillage
border b(t=0,1) { x= t;          y = 0  ;        };
border d(t=0,1) { x= L0;         y =a * t;      } ;
border h(t=0,1) { x= L0*(1 - t); y = a  ;  };
border g(t=0,1) { x= 0;          y =a * (1-t) ;   };
int n=5;
/* construction du maillage               */
mesh Th = buildmesh(b(15*n)+d(n)+h(15*n)+g(n));
plot(Th,wait=1);
```

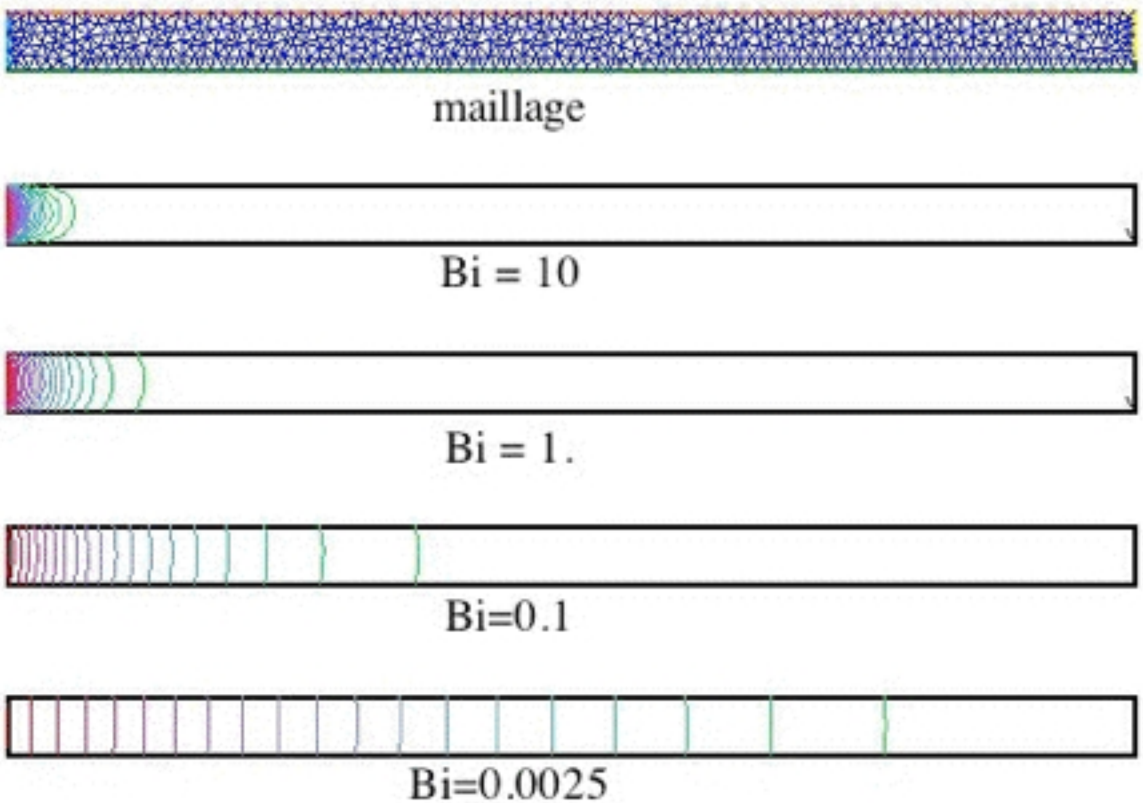
Terminal — bash — 98×26

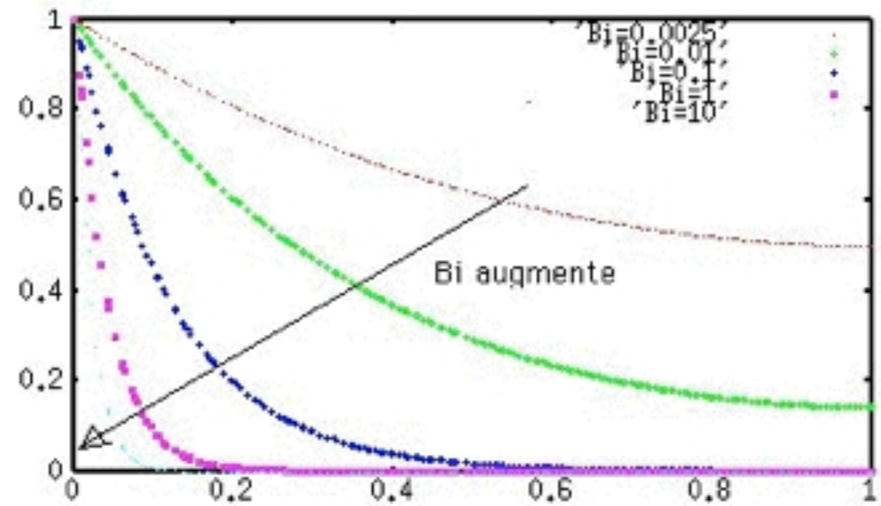
```
Last login: Tue Dec  3 07:42:19 on ttys000
tioPBpyl:~ pyl$
```

```
cd /Users/pyl/macintoshHD/DOKUMENTS/ENSEIGN/ENSTA/Emedia/conduc/ailette.media/F++
./FreeFem++-CoCoa aillette.edp
```

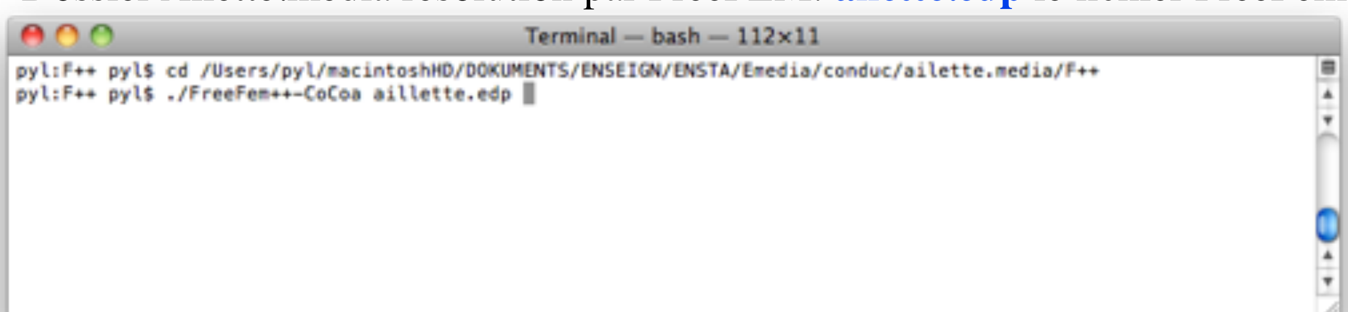
Résolution Numérique Directe   Eléments Finis (FreeFem++)

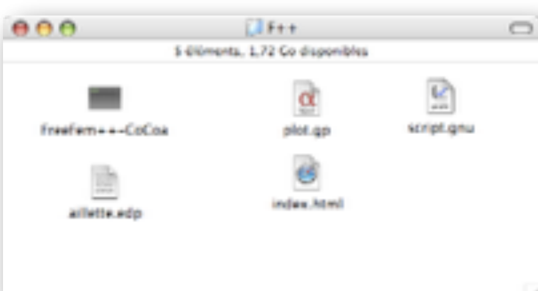
Ailette, résolution par FreeFEM++



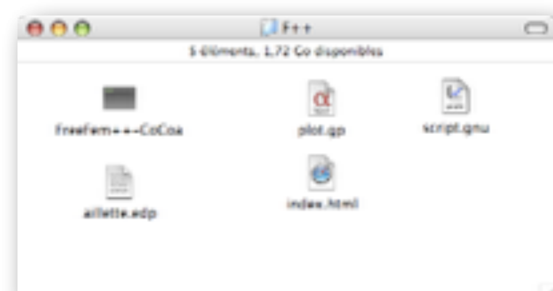


Dossier Ailette.media résolution par FreeFEM: **ailette.edp** le fichier FreeFem++





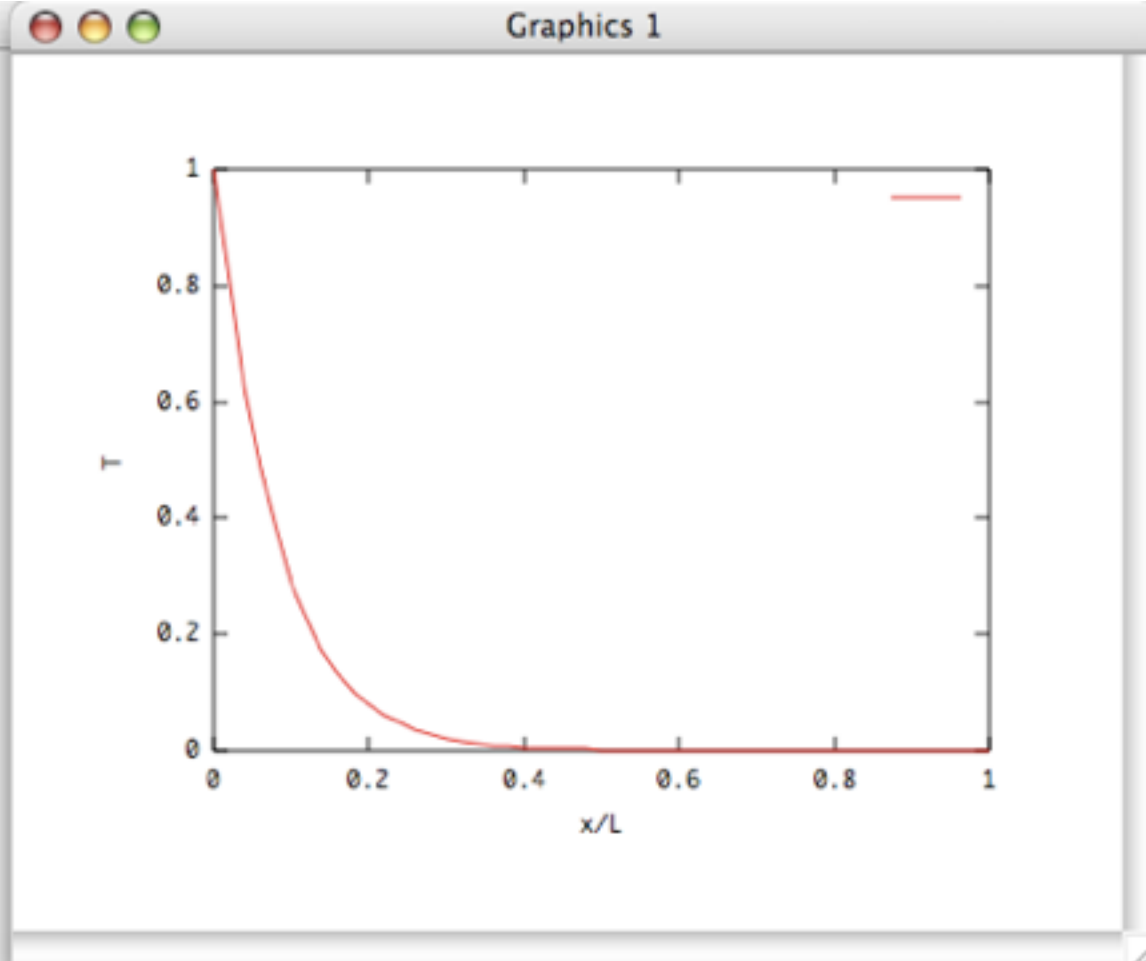
```
// On veut resoudre par FreeFem++ :
//                    d^2  T/dx^2 + d^2 T/dy^2 = 0
// dans un rectangle fin ,    T impose=1 sur la face de gauche (notee 4),     sur les autres faces (notees 1,2,3) -k dT/dn = h T

// geometrie  du rectangle longueur L0, epaisseur a, a/L0<<1
real a=.1;
real L0=1;

// definition des cotes Maillage
border b(t=0,1) { x= t;          y = 0  ;        };
border d(t=0,1) { x= L0;         y =a * t;      } ;
border h(t=0,1) { x= L0*(1 - t); y = a  ; };
border g(t=0,1) { x= 0;          y =a * (1-t) ;  };
int n=5;
mesh Th = buildmesh(b(15*n)+d(n)+h(15*n)+g(n));
plot(Th,wait=1);
fespace Vh2(Th,P2);
Vh2 T,Tp;

//Temperature en entree
real T0 =1;
//Nombre de Biot: Bi = a h/k
// c'est lui que l'on se donne car on veut jouer avec lui
// normalement c'est h qui est donne.
real Bi=100;

// H coefficient d'echange reduit H=hL0/k:    donc H = h L0/k = Bi L0/a
// la longueur L/L0 est      (a/L0)*Bi^(-1/2)
real H= Bi*L0/a;

// resolution
problem ailette(T,Tp)=
   int2d(Th)(dx(T)*dx(Tp)+ dy(T)*dy(Tp))
   + int1d(Th,1,2,3) (H*T*Tp)
   + on(4,T=T0)  ;

for(int i=0;i<7;i++)
{
   cout << "coef d echange H=" << H << "   Bi=" << Bi << " L/L0:=" << (a/L0)*Bi^(-1/2)  << endl ;
   ailette;
   plot(T,fill=1,cmm="H="+H + ", min=" + T[].min + ", max=" + T[].max,wait=1,viso=viso);
   Bi=Bi/10;
   H= Bi*L0/a;

{
              ofstream gnu("plot.gp");
    int nx=50;
for (int i=0;i<=nx;i++)
{
              real x=i*1./nx;
    gnu << x << " " << T(x,a/2) << endl;
}
}
}
```



H=1, min=0.0190229, max=1

script.gnu

```
set term pict landscape color dashes "

reset

set xlabel "x/L"
set ylabel "T"
p[0:][0:1]'plot.gp'u 1:2t' ' w l
```



Terminal — FreeFem++ — 109x19

```
 --  mesh:  Nb of Triangles =    1246, Nb of Vertices 704
  Nb of edges on Mortars  = 0
  Nb of edges on Boundary = 160, neb = 160
 Nb Of Nodes = 2653
 Nb of DF = 2653
coef d echange H=1000   Bi=100 L/L0:=0.1
 -- Solve :            min 8.51397e-17  max 1
```

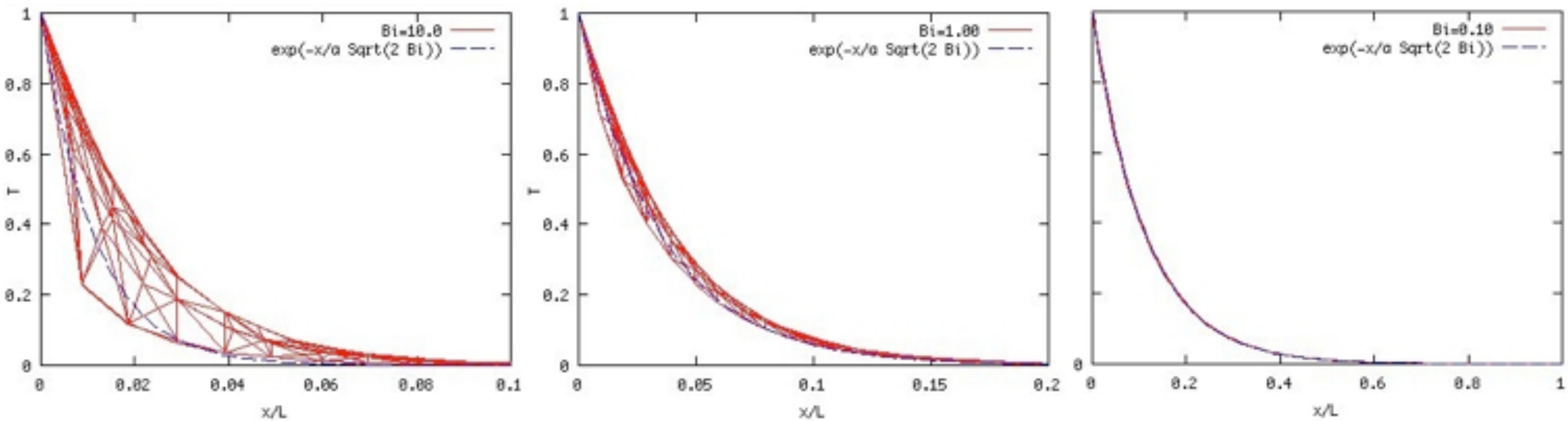


figure Bi=10, température sur l'axe comparée à la solution "ailette"

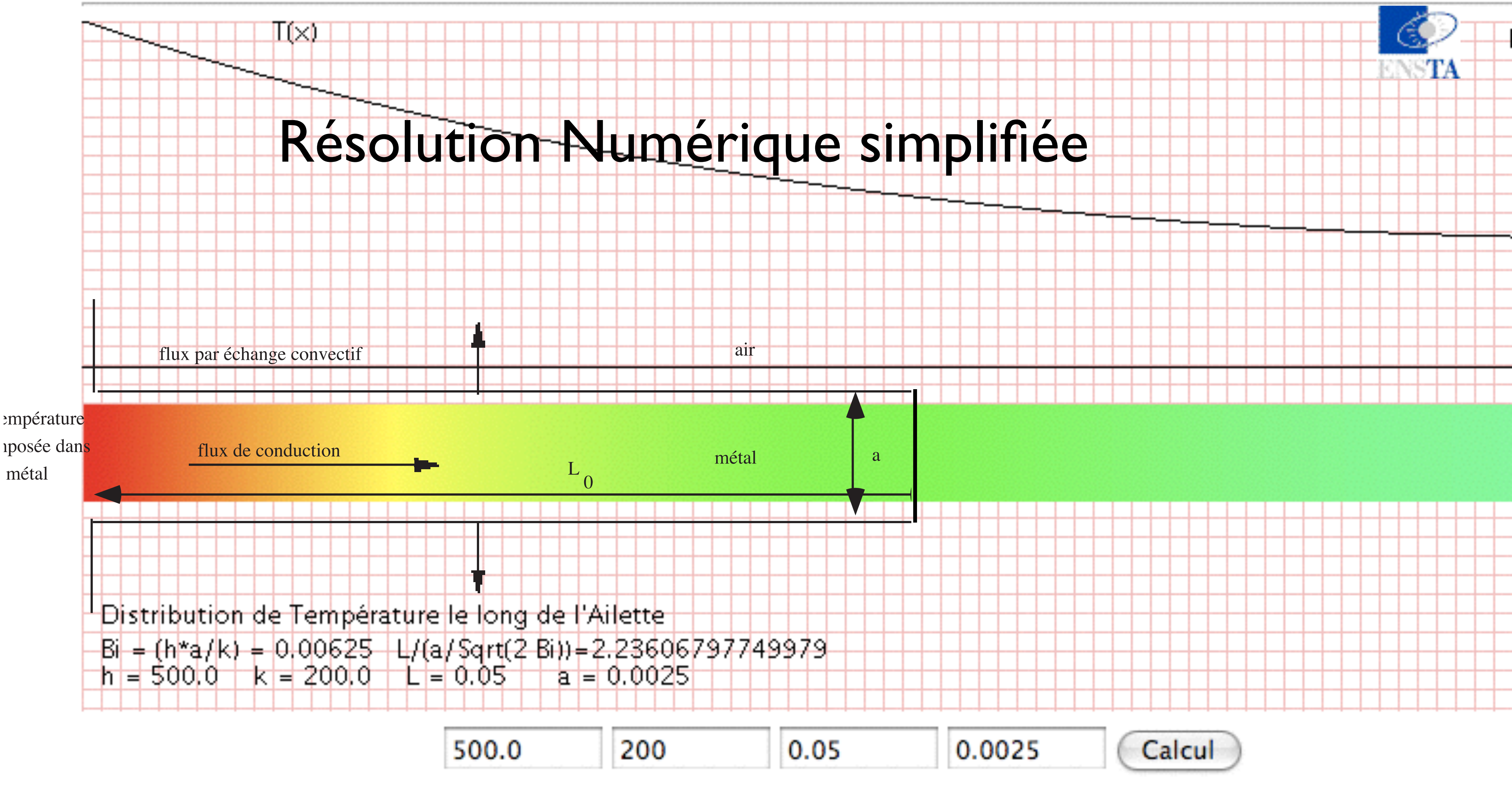
figure Bi=1, température sur l'axe comparée à la solution "ailette"

figure Bi=0.1, température sur l'axe comparée à la solution "ailette"

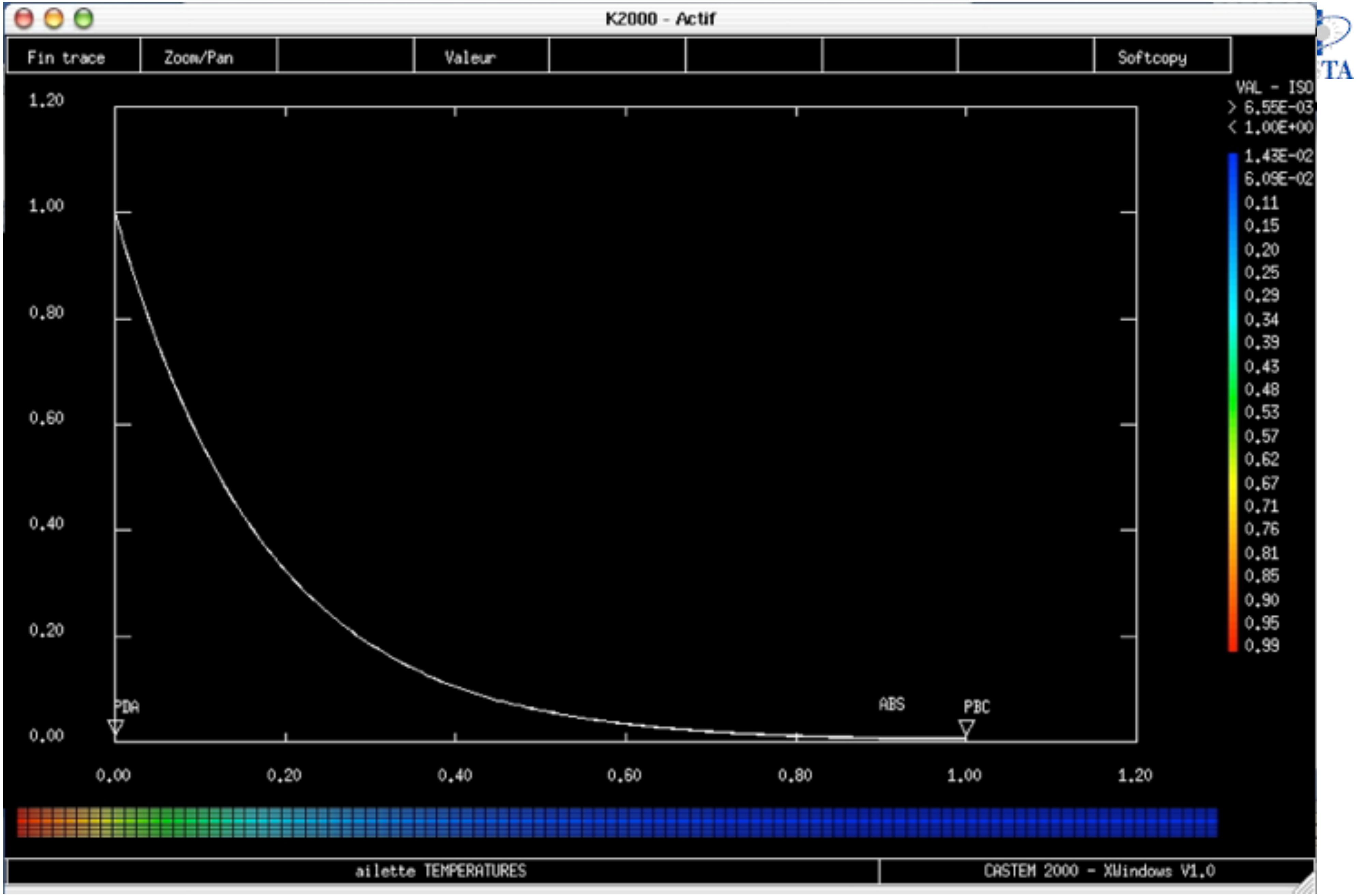
$$Bi = \frac{ah}{k}.$$

on retrouve bien pour les faibles Biot, que la température varie peu transversalement, et qu'elle est exponentielle

Résolution Numérique simplifiée



http://www.lmm.jussieu.fr/~lagree/SOURCES/Appliquette-JavaChal/AiletTest/index.html



Dossier Ailette.CASTEM, résolution par CASTEM 2000: ailette.dgbi le fichier CASTEM

AiletTest Appliquette Java