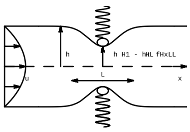
The flow in the glottis: self oscillation of a 2D elastic stenosis

Lagrée P-Y, Goorman K.

pyl@ccr.jussieu.fr

Laboratoire de Modélisation en Mécanique,
UMR CNRS 7607
Boîte 162
Université PARIS VI, PARIS

Un modèle mécanique simple de Glotte



Fluide

(dans le cadre RNSP(x):
- la pression est constante dans chaque section
- le tuyau est long

y mesuré avec h et x mesuré avec h Re, S Strouhal):

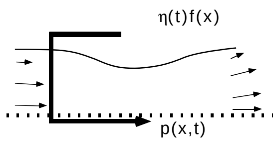
$$\frac{\partial}{\partial x}u + \frac{\partial}{\partial y}v = 0,$$

$$S\frac{\partial}{\partial t}u + u\frac{\partial}{\partial x}u + v\frac{\partial}{\partial y}u = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}u \quad \text{et} \quad 0 = -\frac{\partial p}{\partial y}.$$

Sur la paroi $u = 0,\ v = S\frac{\partial}{\partial t}(\eta f)$

symétrie en 0 $\frac{\partial}{\partial y}u = 0,\ v=0$

résultat: la pression p(x,t) calcul de la pression intégrée le long de la sténose



Solide

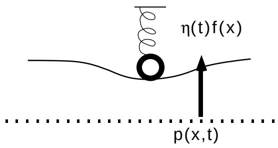
(hypersimplifié modèle symétrique "à une masse"):
- deux ressorts symétriques sans atténuation
- la forme générale de la sténose est inchangée f(x), le paramétrage η(t) permet de passer ensuite à la forme effective η(t)f(x)

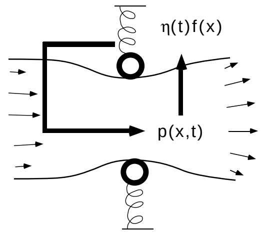
$$\frac{d^2}{dt^2}\eta(t) + \omega_0^2\,\eta(t) = -P_d\,P(\eta(t),\frac{d}{dt}\eta(t))$$

avec

$$P(\eta(t),\frac{d}{dt}\eta(t))$$

l'intégrale de la pression instantanée sur la bosse





Problème couplé instationnaire à paroi mobile

interaction fluide structure

Si le flux est imposé on peut montrer que

$$P(\eta(t),\frac{d}{dt}\eta(t)) \sim -\pi_1\,\eta(t) - \pi_2\,\frac{d}{dt}\eta(t)$$

Le régime est toujours explosif

Argument 1:

en effet, il faut alors passer par un modèle en double pont (issu du "triple deck")

- si ω est petit:

$p = -TF^{-1}[(i\alpha)^{-1/3}(-3\,Ai'(0))\,TF[y_w]] - TF^{-1}[-9\,Ai(0)\,Ai'(0))\,(-i\omega\,TF[y_w])/(i\alpha)] + ...$

$$P(\eta(t),\frac{d}{dt}\eta(t)) = -(2.035\,l_s^{4/3})\,\eta - (0.504\,l_s^2)\frac{d}{dt}\eta(t)$$

- si ω est grand:

$p = -TF^{-1}[(-i\omega)\,TF[y_w]/(i\alpha)]$

$$P(\eta(t),\frac{d}{dt}\eta(t)) = -(0.609\,l_s^2)\frac{d}{dt}\eta(t)$$

Argument 2:

idée simple menant au même résultat:
Rocard 1971

écoulement uniforme de fluide parfait entre deux plans

perturbé par une petite bosse η f:

$$u = 1 + u_\eta + ...$$
$$h = 1 - \eta f + ...$$
$$p = 1 + p_\eta + ...$$

substitution dans les équations d'Euler à nombre S petit:

$$\frac{\partial}{\partial x}p_\eta = -\frac{\partial}{\partial x}(\eta f) - 2S\frac{\partial}{\partial t}(\eta f) + O(S^2)$$

la pression est proportionnelle à la somme de la forme de la bosse et de la dérivée temporelle de son intégrale spatiale.

Résolution numérique

* pour le fuide:

- équations reformulées dans un domaine fixe par changement de variable $Y = \frac{y}{h(x,t)}$ (le domaine transverse est donc 0<Y<1) - différences finies par avancée en x pour chaque t
- à paroi donnée on cherche la pression correcte

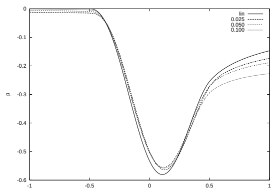
- soit le profil initial est donné, la chute de pression entre l'entrée et la sortie (Δp<0) est alors un résultat
- soit la chute de pression (Δp<0) est imposée, la valeur du flux en entrée est alors un résultat

* Méthode de Newmark pour le ressort

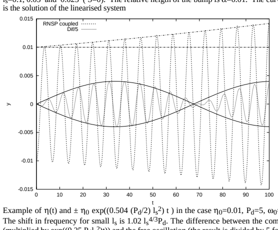
- deux étapes de prédiction et correction
- la pression (provenant du fluide) est un terme source du système solide
- cette méthode est NON dissipative MAIS dispersive.

RNSP est plus rapide que NS complet mais conserve les mécanismes principaux

RNSP est plus lent que les résolutions 1D (Bernoulli + conservation du flux)



Adimensionalised pressure versus adimensionalised x rescaled in the relative Double Deck scales showing that the smaller the width of the bump, the closer the Double Deck description is valid: l_s=0.1, 0.05 and 0.025 (S=0). The relative heigth of the bump is α=0.01. The curve denoted "lin" is the solution of the linearised system



Example of η(t) and $\pm\,\eta_0\,\exp((0.504\,(P_d/2)\,l_s^2)\,t)$ in the case η_0=0.01, P_d=5, ω_0=1 and l_s=0.05. The shift in frequency for small l_s is $1.02\,l_s^{4/3}P_d$. The difference between the computed response (multiplied by $\exp((0.25\,P_d l_s^2)t)$) and the free oscillation (the result is divided by 5 for sake of clarity of the figure) is plotted as well and labeled "Dif/5"; the enveloppe of this curve should be proportional to $\pm\sin(1.02\,l_s^{4/3}(P_d/2)t)$ (l_s<<1): which are plotted as well (ω_0=1, S=1 and P_d=5).

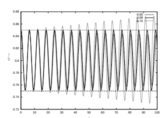


Figure 7: Example of the oscillation of the wall $\eta(t) + \alpha$ of the mass/ spring system as a function of time ($\omega_0 = 1$, $S = 1$ $P_d = 10$, $\eta_0 = 0.01$, $\alpha = 0.8$, $x_s = 0.1$, $l_s = 0.2$, $x_{in} = 0.0$ and $x_{out} = 0.3$). For this example the critical value of the pressure drop is $\Delta P = -0.68$, lower pressure drop lead to oscillations damped toward a steady a stable stenosis while larger promote an increasing oscillation.

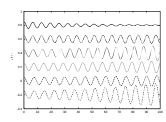
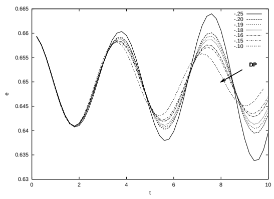
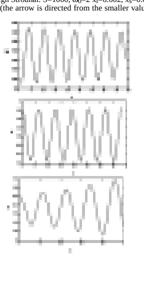


Figure 8: One example of the oscillation of the wall $\eta(t)+\alpha$ of the mass/ spring system as a function of time, various values of α are -0.2 (aneurism), 0.0 (flat wall), 0.2, 0.4, 0.6 and 0.8 from bottom to top ($\omega_0 = 1$, $S = 1$, $P_d = 10$, $\alpha = 0.8$, $\eta_0 = 0.05$, $\Delta P = -0.3$, $x_s = 0.1$, $l_s = 0.2$, $x_{in} = 0.0$ and $x_{out} = 0.3$).



Small bump case with high Strouhal: S=1000, ω_0=2 x_l=0.002, x_s=0.001 α=0.65, P_d=1000 or various values of Δp (the arrow is directed from the smaller value -0.25 to the larger -0.10



CONCLUSION

Toujours amplification si le flux est imposé

Si on impose la valeur du saut de pression entre l'entrée et la sortie: amplification ou atténuation.

Jusqu'à présent il était admis que seuls les modèles à deux masses (4 masses en tout) pouvaient osciller.

Perspectives:
- meilleurs modèles de paroi élastique
- tenir compte de la fermeture...
- validation des modèles simples utilisés en synthèse de parole.

Bibliographie

Lous N.J.C., Hofmans G.C.J., Veldhuis R.N.J., Hirschberg A., (1998), Acustica Acta Acustica 84, p. 1135-1150.
Luo X.Y. & Pedley T.J. (1998), J. F. M., vol 363, pp. 253-280.
Titze I.R. (1988), J. Acoust. Soc. Am., Vol 83,(4) pp 1536-1552.