

Influence de la couche d'entropie sur la longueur de séparation en aérodynamique hypersonique, dans le cadre de la triple couche. II

Pierre-Yves LAGRÉE

Résumé – Le problème de l'interaction visqueuse hypersonique est examiné dans le cadre du schéma en triple couche en tenant compte de la couche d'entropie, avec éventuellement un effet de chimie simplifié, dont l'épaisseur est très faible par rapport à l'épaisseur du pont supérieur. Les échelles habituelles sont conservées, mais la relation de couplage se trouve modifiée.

Influence of the entropy layer on viscous Triple-Deck hypersonic scales. II

Abstract – *Viscous hypersonic interaction has been reexamined within the framework of Triple-Deck theory. The entropy layer scale being considered to be very small compared to the upper deck's one. The nose bluntness, and crude chemical effect are accounted for by modifying the usual pressure-displacement relation.*

Abridged English Version – Inviscid-viscous interaction on a flat blunted plate (or on wedges, or on power law bodies) in weak hypersonic regime (*i.e.* when wall perfect fluid pressure non-dimensionalized by free stream pressure, say ω , is much greater than the hypersonic viscous interaction parameter known as χ_∞) is studied on the triple-deck ([1], [2]) scales to delineate the influence of an asymptotically small nose bluntness on the flow structure near a laminar separation.

The upper deck was chosen to be the entropy layer itself in a preceding work [11] (where notations are specified in more detail), here, we suppose again that the entropy layer (which is a thin layer of perfect fluid resulting from nose blunting [4]) still exists and has not been swallowed, and we examine another limiting case where the entropy layer (5) written in upper deck's scales is deemed infinitely small (8), so it is a fourth deck lying between the main and the upper deck.

Thus, considering propagation of disturbances (1) arising from lower deck, transmitted through main deck, emerging in the two layered perfect fluid, we may find the transverse perturbed speed solution through the entropy layer as (2) and through the upper deck as (3). Then using asymptotic matching in an intermediate layer of perfect fluid (introduced only for convenience) shows that the entropy layer (which is in fact, according to the terminology of [4], an entropy wake) transmits perturbations so that transversal speed at the bottom of the upper deck is related to transversal speed at the bottom of the entropy layer by relation (7). Another relation (10) is obtained when we assume that, through a crude modelisation of chemical effects, the specific ratio is of order one (Newtonian approximation) in the entropy layer, which becomes a chemical layer.

Using this relation and the expression of the speed at the top of the lower-deck (10) we arrive at modified P-A relations (13), where the infinitely small parameters η_e and η_c (directly proportional to the nose blunting (8), and inversely proportional to upper deck's scale) gauge the departure from classical theory. This may be compared to another entropy effect [6], and to the wall temperature effect in [5], which has a wider field of application.

Note présentée par Paul GERMAIN.

As a result we obtain a new fundamental equation of triple-deck written in classical scales, the reduced lower-deck equations being identical to those of classical theory [1], with a new pressure displacement relation either (13 *a*) or (13 *b*).

This problem has to be solved numerically. To achieve it, we choose an iterative method based on inverse Keller Box method [7] for the continuity and momentum equations plus revisited Le Balleur « semi-inverse » relaxation method [8], which permits strong coupling (13), through relaxation (15). Results are close to those of [9] and [10] and [5] (even for $\nu=1$). Figure 1 depicts pressure and wall shear obtained in the classical ramp-induced interaction test case [10] (reduced angle $\alpha=2.5$), and with present coupling either (13 *a*) or (13 *b*) ($\nu=\eta_c=0$, $\eta_e=0.25$, $\alpha=2.5$) and ($\nu=\eta_e=0$, $\eta_c=0.25$, $\alpha=2.5$). As predicted by linear solution (14), where the Lighthill eigenvalue k clearly increases with ν and η_e , the curve toe stiffens with ν and η_e (effect of η_c being opposite). Qualitatively, the behaviour as η_e vary is such that the separation bubble size appears to increase with η_e (as mentioned in [5] with ν), the separation point moves upwind, and the reattachment point moves downwind, but the overall interaction region seems to diminish.

To conclude, a rough sketch of small nose bluntness influence may be drawn: at $\eta_e \ll 1$ the present study may apply: raising η_e increases separation bubble, but taking into account Newtonian effects decreases separation bubble; at $\eta_c = O(1)$ or $\eta_e = O(1)$, present study fails, and complete calculation of inviscid perturbations through a thick entropy layer have to be performed. For bigger blunting [11] suggests new scales. So augmenting η_e first promotes growth of separated region, reduces k (14) and diminish apparent interacting region, further increase lowers the scales of separated region (which in fact fully agrees with the reducing of k at small η , $1/k$ being a natural measure of interaction).

I. RAPPELS. — Dans un précédent *Compte Rendu* nous avons vu suggéré comment pourrait se reformuler le problème canonique de la « Triple Couche » (Stewartson [1], Neiland [2]) en tenant compte de la persistance de la couche d'entropie sur une plaque plane émoussée ou sur un corps dont l'épaisseur croît avec une puissance de $x(x^n)$ et en supposant que l'épaisseur de la couche d'entropie est de même ordre de grandeur que celle du pont supérieur, les perturbations de triple couche étant supposées y être confinées. Ici, nous allons tenter d'examiner un autre cas limite qui apparaît lorsque l'épaisseur du pont supérieur est très grande par rapport à l'épaisseur de la couche d'entropie, celle-ci, s'insérant entre le pont principal et le pont supérieur, transmet en les déformant les perturbations du pont inférieur. Il s'agit donc d'observer l'effet d'un léger émoussement sur le cas classique hypersonique faible. Remarquons que lorsque l'écoulement de base est hypersonique, les échelles doivent être réétudiées, non seulement $\chi_\infty = M_\infty^3 R_\infty^{-1/2}$ le paramètre d'interaction visqueuse, mais encore l'ordre de grandeur de la pression de base ω , interviennent dans l'échelle de la couche limite δ , et par là même, dans les expressions de toutes les échelles, par exemple dans l'échelle longitudinale $x_3 = s_w^{3/2} (\chi_\infty/\omega)^{3/4}$, contrairement aux ordres de grandeur proposés par Cowley et Hall [3] qui paraissent ne pas prendre en compte le paramètre ω (interaction sur un dièdre d'angle θ : $\omega = M_\infty^2 \theta^2$).

II. TRANSMISSION PAR LA COUCHE D'ENTROPIE DE PERTURBATIONS. — 1. *Cas d'une densité faible*. — En utilisant une méthode proche de Hayes et Probstein [4], voyons comment la couche d'entropie considérée comme étant infiniment petite par rapport au pont supérieur transmet des perturbations provenant du pont inférieur. Écrites en variables adimensionnées de Von Mises, les équations de propagation des perturbations de vitesse

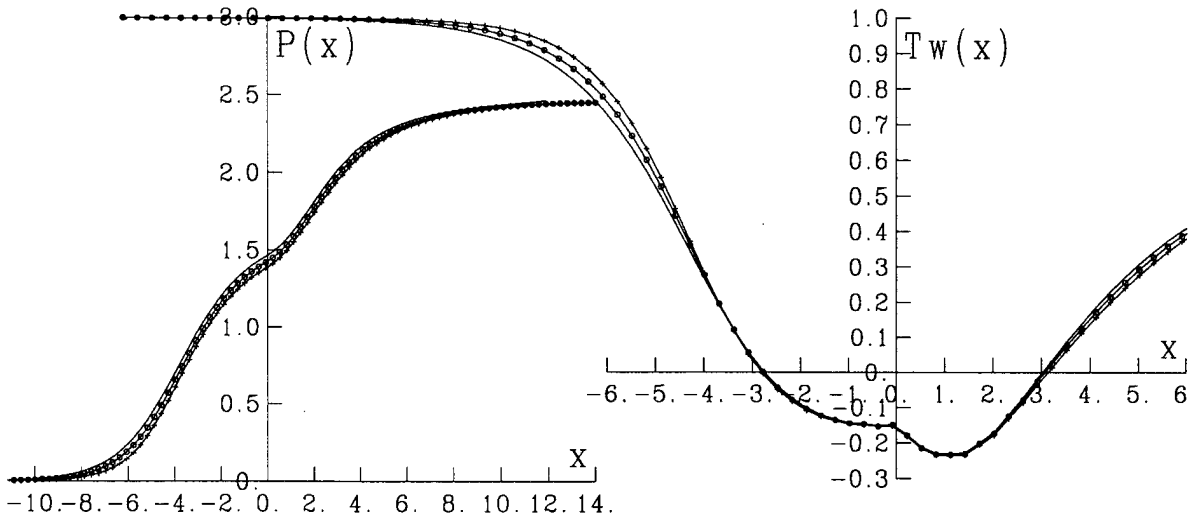


Fig. 1. — Pression.

Fig. 2. — Frottement pariétal.

Fig. 1. — Pressure.

Fig. 2. — Parietal friction.

—o—o—, $\eta_e = \eta_c = 0$; -x-x-x-, $\eta_e = 0,25$; $\eta_c = 0$, ———, $\eta_e = 0$; $\eta_c = 0,25$.

et de pression, dans la couche d'entropie et dans le pont supérieur, s'écrivent :

$$(1) \quad \frac{\partial v}{\partial \xi} = - \frac{\partial p}{\partial \psi} \quad \text{et} \quad \frac{\partial v}{\partial \psi} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \xi}.$$

Mais les ordres de grandeur de ρ et ψ n'y sont pas les mêmes. Dans la couche d'entropie $\psi = (d/\Psi) \hat{\psi}$ [d est l'épaisseur de l'émoussement, Ψ est la jauge classique du pont supérieur exprimée en fonction de courant, $(d/\Psi) \ll 1$], $\rho = r \hat{\rho}$ (r , ordre de grandeur de la densité est faible), tandis que dans la couche de fluide parfait sous le choc, $\psi = \bar{\psi}$, $\rho = \bar{\rho}$ (variables de pont supérieur).

L'expression de la vitesse dans la couche d'entropie s'obtient par intégration en $\bar{\psi}$, en supposant (ce qui se vérifie par la suite), que la perturbation de pression est peu affectée par la traversée de la couche d'entropie.

$$(2) \quad v(\xi, \hat{\psi}) = v(\xi, \hat{\psi} = 0) - \frac{\partial p}{\partial \xi} \frac{d/\Psi}{r} \int_0^{\hat{\psi}} \frac{d\hat{\psi}'}{\hat{\rho}}.$$

Pour le pont supérieur, on a de même;

$$(3) \quad v(\xi, \bar{\psi}) = v(\xi, \bar{\psi} = 0) - \frac{\partial p}{\partial \xi} \frac{\bar{\psi}}{\bar{\rho}},$$

Ces deux expressions sont raccordées dans une zone intermédiaire $\psi^* = O(1)$, où $\varphi \psi^* = \bar{\psi}$, et $\hat{\psi} = (\varphi \Psi/d) \psi^*$, $\varphi/(d/\Psi) \rightarrow \infty$, $\varphi \rightarrow 0$, pour exprimer le raccord, l'intégrale dans (2) est réécrite :

$$(4) \quad - \frac{\partial p}{\partial \xi} \frac{d/\Psi}{r} \int_0^{\hat{\psi}} \frac{d\hat{\psi}'}{\hat{\rho}} = - \frac{\partial p}{\partial \xi} (d/\Psi) \left\{ \int_0^{(\varphi \Psi/d) \psi^*} \frac{d\hat{\psi}'}{r \hat{\rho}} - \int_0^{(\varphi \Psi/d) \psi^*} \frac{d\hat{\psi}'}{\bar{\rho}} + \int_0^{(\varphi \Psi/d) \psi^*} \frac{d\hat{\psi}'}{\bar{\rho}} \right\} \\ = - \frac{\partial p}{\partial \xi} \left\{ (d/\Psi) \int_0^{(\varphi \Psi/d) \psi^*} \left(\frac{1}{r \hat{\rho}} - \frac{1}{\bar{\rho}} \right) d\hat{\psi}' \right\} - (d/\Psi) \frac{\partial p}{\partial \xi} \left(\varphi \frac{\Psi}{d} \right) \frac{\psi^*}{\bar{\rho}}.$$

Mais l'intégrale entre accolades obtenue est précisément la définition de l'épaisseur de la couche d'entropie de Hayes et Probstein [14] (au sens de « *entropy wake* »).

$$(5) \quad \delta_e = \left\{ d \int_0^\infty \left(\frac{1}{r \hat{\rho}(\hat{\Psi})} - \frac{1}{\bar{\rho}(\hat{\Psi})} \right) d\hat{\Psi}' \right\}.$$

En remarquant que dans la couche extérieure, (1) est une équation d'onde, où seules les solutions propagatives en $\bar{\xi}$ et $\bar{\Psi}$ croissants sont acceptables, cela donne :

$$(6) \quad p(\bar{\xi}, \bar{\Psi}) = v(\bar{\xi}, \bar{\Psi}) = F(\bar{\xi} - \bar{\Psi}) \quad \text{donc} \quad p(\bar{\xi}, \bar{\Psi} = 0) = v(\bar{\xi}, \bar{\Psi} = 0).$$

L'influence de la couche d'entropie sur la perturbation de vitesse se traduit donc selon le raccord évoqué juste après (3) par la relation :

$$(7) \quad p(\bar{\xi}, \bar{\Psi} = 0) + \eta_e \frac{\partial}{\partial \bar{\xi}} p(\bar{\xi}, \bar{\Psi} = 0) = v(\bar{\xi}, \hat{\Psi} = 0).$$

où η_e , qui est très petit, est le rapport entre l'épaisseur de la couche d'entropie (dr^{-1}) et l'épaisseur du pont supérieur (Ψ), soit :

$$(8) \quad \eta_e = \frac{\delta_e}{\Psi} \quad \text{et} \quad O(\eta_e) = O(dr^{-1} \chi_\infty^{-3/4} M_\infty \omega^{-1/2}).$$

2. *Cas d'une densité forte.* — Derrière le choc, au niveau du nez, si l'on tient compte des effets de chimie en équilibre, on peut se ramener à l'approximation newtonienne, le rapport des chaleurs spécifique tend vers un, $\gamma_c \rightarrow 1$, la densité est donc très forte si la relation suivante est vérifiée :

$$(9) \quad r = O((\gamma_c - 1)^{-1+2/\gamma_c} \gg 1).$$

une démarche analogue au paragraphe précédent (où v et p sont échangés, v ne varie donc pas à travers cette couche) montre alors que :

$$(10) \quad v(\bar{\xi}, \bar{\Psi} = 0) = p(\bar{\xi}, \hat{\Psi} = 0) - \eta_c \frac{\partial}{\partial \bar{\xi}} v(\bar{\xi}, \bar{\Psi} = 0).$$

avec $\eta_c = \delta_c/\Psi$, où l'épaisseur de chimie $\delta_c = O(d)$ vaut :

$$(11) \quad \delta_c = \left\{ d \int_0^\infty \left(\frac{1}{\bar{\rho}(\hat{\Psi})} - \frac{1}{r \hat{\rho}(\hat{\Psi})} \right) d\hat{\Psi}' \right\}.$$

III. NOUVELLE RELATION DE COUPLAGE. — La relation de couplage s'obtient par le raccord de la vitesse normale entre le pont inférieur et la vitesse au bas de la couche d'entropie, ainsi que de la pression ($\bar{\xi} \equiv \bar{x}$),

$$(12) \quad v(\bar{\xi}, \hat{\Psi} = 0) = -\frac{d}{dx} A(\bar{x}), \quad p(\bar{\xi}, \hat{\Psi} = 0) = p(\bar{x}),$$

soit grâce à (7), après transmission par la couche d'entropie, et à (6), par propagation dans le pont supérieur :

$$(13) \quad (a) \quad p(\bar{x}) + \eta_e \frac{d}{dx} p(\bar{x}) = -\frac{d}{dx} A(\bar{x}), \quad (b) \quad p(\bar{x}) = -\frac{d}{dx} A(\bar{x}) - \eta_c \frac{d^2}{dx^2} A(\bar{x}).$$

On peut rapprocher l'influence proposée de la couche d'entropie à l'influence de la température de la paroi T_w traduite par la relation de couplage identique à (13 a) en remplaçant η_e par ν établie par Brown Cheng et Lee [5], et où ν mesure cet effet (ν étant proportionnel à $T_w^{-3/2}$), ν pouvant être d'ordre un ou d'ordre supérieur.

Nous avons trouvé récemment dans la littérature une forme semblable établie par Sokolov [6] pour marquer un effet d'entropie avec des échelles différentes, la démonstration étant dans un document inaccessible pour l'instant.

IV. RÉSOLUTION LINÉARISÉE. — La recherche de solutions linéarisées en $\exp(kx)$, du problème canonique en tenant compte artificiellement des trois effets permet de faire apparaître l'exposant propre de Lighthill k , dont la dépendance en v et η s'écrit :

$$(14) \quad k^{4/3} = (-3 A i'(0)) (1 + (v + \eta_e - \eta_c) k).$$

Partant par exemple de v nul, l'augmentation de η_e se traduit par l'augmentation de k , donc la diminution de la distance d'interaction [raidissement de la naissance de $p(\bar{x})$], la conclusion est identique dans le cas où η_e est nul et où v varie, en revanche la conclusion est inverse si η_c augmente légèrement.

V. RÉSOLUTION NUMÉRIQUE PAR LA MÉTHODE DE COUPLAGE « SEMI-INVERSE ». — Pour résoudre les équations de triple couche il faut procéder en deux étapes, la première consistant à résoudre les équations paraboliques de couche limite, la seconde, et la plus délicate, consistant au couplage. D'une part les équations de couche limite sont intégrées par la méthode de la boîte de Keller [7] (approximation FLARE) en mode inverse : la distribution de déplacement $-A^n$, à l'itération n , fournit par intégration en mode inverse une pression \tilde{p}^n , d'autre part la relation pression-déviations (13) permet un calcul direct de la pression p^n à partir de $-A^n$, la comparaison de ces deux distributions de pression donne une nouvelle distribution de déplacement $-A^{n+1}$ selon une relation de méthode de couplage « semi-inverse » déduite de Le Balleur [8] :

$$(15) \quad (-A^{n+1}) - (-A^n) = \lambda \left(\frac{dp^n}{dx} - \frac{d\tilde{p}^n}{dx} \right) + K (p^n - \tilde{p}^n),$$

Les coefficients λ et K sont choisis de manière à rendre le gain complexe :

$$G = 1 + (\lambda ik + K) \left(\frac{ik}{\beta} - \frac{1}{\beta^*} \right),$$

inférieur à un en module pour toute fréquence spatiale k inférieure à $k_{\max} = (\pi/\Delta x)$ (reliée au pas d'espace), sachant que β et β^* représentent respectivement les « dérivées » de $-\partial A/\partial \bar{x}$ par rapport à la pression ($\Delta(-\partial A/\partial \bar{x}) = \beta \Delta p$), et de A par rapport à la pression de couche limite ($\Delta(-A) = \beta \Delta \tilde{p}$). On peut expliciter β : en revanche le calcul de β^* ne peut être effectué explicitement qu'au voisinage de la solution nulle :

$$(16) \quad \beta^* = \frac{(ik)^{1/3}}{-3 A i'(0)}, \quad \beta = \frac{1 + (v + \eta_e) ik}{1 + \eta_c ik}.$$

Le cas ($\eta_c \neq 0, \eta_e = v = 0$) nécessite alors $\lambda = 0$, les autres cas (classique, ou $v \neq 0, \eta_e \neq 0, \eta_c = 0$) nécessitent $\lambda \neq 0$.

V. RÉSULTATS NUMÉRIQUES, INFLUENCE DE η_e ET η_c . — Les résultats obtenus correspondent au cas test d'une plaque plane suivie d'un dièdre, dont la charnière est prise comme origine des abscisses, et dont l'angle réduit est de 2,5. L'allure des courbes obtenues par nos calculs est la même que celles de Rizzetta et coll. [9], Gittler et Kluwick [10] et Brown et coll. [5], ainsi qu'avec [5] à $v = 1$ et $\eta_e = \eta_c = 0$, le schéma est d'ordre un en x et d'ordre deux en y . Il faut environ 100 s de temps CPU sur un « CRAY-XMP » avec une grille de 100×50 pour atteindre une erreur maximale de 10^{-10} en écart de A et 10^{-6} en écart de longueur de bulbe. Sur la figure 1, sont représentées, à $v = 0$, les distributions de pression ainsi que celles de frottement pariétal pour ($\eta_e = \eta_c = 0$), puis

($\eta_c=0$ et $\eta_e=0,25$) et enfin ($\eta_e=0$ et $\eta_c=0,25$). Le raidissement de la naissance des courbes de pression correspond à l'étude linéarisée des équations (14).

Par rapport à la position de la charnière du dièdre, l'effet d'émoussement (augmentation de η_e) est tel que les points de séparation et de décollement ont tendance à s'en éloigner, la courbe de pression est en dessous de celle sans effet (l'effet de chimie est inverse).

VI. CONCLUSION. — Partant de l'écoulement hypersonique sur une plaque plane, nous pouvons dégager différents régimes asymptotiques suivant l'épaisseur de la plaque :

– Pour un émoussement nul, le modèle en triple couche s'applique dans la mesure où les hypothèses classiques de triple couche sont vérifiées.

– Pour un émoussement tel que η_e soit très petit, l'étude précédente montre qu'une légère augmentation de η_e augmente la longueur du bulbe de séparation, et que l'observation de la courbe de pression donne l'impression que la région interactive diminue, ce qui est plus objectivement confirmé par le fait que la longueur associée à $1/k$ diminue (les conclusions étant opposées si la couche de chimie remplace la couche d'entropie).

– Pour η_e d'ordre un, l'étude précédente tombe alors en défaut, et il faudrait résoudre un problème couplé avec un fluide parfait stratifié en densité.

– Pour un émoussement plus important encore, il semble qu'il faille reformuler la relation de couplage et les échelles comme cela est suggéré dans Lagrée [11], on constaterait alors que l'échelle longitudinale de longueur de la triple couche, et donc globalement de la région séparée, diminuerait avec l'émoussement.

Je remercie vivement M. J.-P. Guiraud, et MM. J.-C. Le Bailleur et E. Deriat pour leurs précieux conseils, ainsi que M. M. Gazaix pour son code de couche limite grâce auquel ces résultats numériques ont été obtenus.

Note remise le 9 juillet 1991, acceptée le 22 juillet 1991.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] STEWARTSON, *Advances in Applied Mechanics*, 14, 1974, p. 145-239.
- [2] NEILAND, *Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 4, 1970, p. 40-49.
- [3] COWLEY et HALL, *J. of Fluid Mechanics*, 214, 1990, p. 12-42.
- [4] HAYES et PROBSTEIN, *Hypersonic Flow Theory*, AP, 1966.
- [5] BROWN, CHENG et LEE, *J. of Fluid Mechanics*, 220, 1990, p. 309-337.
- [6] SOKOLOV, *Zhurnal Pridkladnoi Mekhaniki i Tekhnicheskoi Fiziki*, 2, 1983, p. 50-53.
- [7] BRADSHAW, CEBECI et WHITELAW, *Engineering calculation methods for turbulent flow*, AP, 1981.
- [8] LE BALLEUR, *La Recherche Aéronautique*, 2, 1978, p. 65-76.
- [9] RIZZETTA, BURGGRAF et JENSON, *J. of Fluid Mechanics*, 89, 1978, p. 535-552.
- [10] GITTLER et KLUWICK, *Fluid Dynamics Research*, 5, 1989, p. 29-47.
- [11] LAGRÉE, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 311, série II, 1990, p. 1129-1134.

*Laboratoire de Modélisation en Mécanique, U.R.A.-C.N.R.S. n° 229,
Université Paris-VI, 4, place Jussieu, Tour n° 66, 75252 Paris Cedex 05.*