

PROMOTION X2001
NORVEZ Sophie, PERNOT Thomas

RAPPORT DE TRAVAUX DE MODELISATION ET
SIMULATION

*Ecoulement autour d'une voile de
maquette de bateau*

.....

Mars 2004

Abstract

The amount of money invested in the research on the America's Cup racing boats provides evidence that designing the best sails is a very intricate process. It is thus of the utmost importance to understand the fundamental characteristics of the flow around various combinations of sails before working on accurate shape optimization using three-dimensional tools.

Therefore, the purpose of this work is to understand the phenomena leading to the usual rigs choices and basic settings of sails. The two-dimensional stationary viscous flow around a stiff sail profile is modelled by using a finite element analysis program (*Castem*) on a mesh representing cross sections of the sail.

This study provides evidence of the lift created on the sail, resulting from both an area of high pressure on the windward side of the sail and an area of low pressure on the lee side. The influence of the angle of incidence on the provided lift is studied in order to determine the best setting of a single mainsail. For the profile modelled here, the results show that the best angle is 11° .

The flow interactions between two sails are then investigated to explain the reasons why the combination of a jib or a genoa and a mainsail is chosen rather than a single larger sail.

The relevance of these numerical results is finally discussed through the problem of the boundary layer and the changes brought by the three-dimensional aspect of the flow around a real sail. It is shown that the results can be applied to the case of a model ship.

Table des matières

1	Modèles utilisés	3
1.1	Modèle mathématique	3
1.2	Modèle numérique	4
1.3	Convergence	5
2	Réglage des voiles	6
2.1	Résultats généraux	6
2.2	Détermination de l'angle de décrochage	7
2.2.1	Coefficient de portance	7
2.2.2	Levée du paradoxe	10
2.2.3	Détermination de l'angle d'incidence critique et réglage des voiles	11
3	Conséquences de la présence de deux voiles	11
3.1	Influences réciproques des deux voiles	11
3.1.1	Influence de la voile d'avant sur la grand-voile	12
3.1.2	Influence de la grand-voile sur le génois	13
3.2	Intérêts du choix de deux voiles	16
4	Les limites du modèle	17
4.1	Etude de la validité du maillage	17
4.1.1	Etude théorique succincte	17
4.1.2	Etude numérique de l'épaisseur de la couche limite	18
4.1.3	Nombres de Reynolds critiques	19
4.2	Pertinence du modèle plan.	21

Introduction

La récente victoire du défi suisse “Alinghi” dans la coupe de l’America prouve que la réalisation de voiliers de course fait appel à des études extrêmement poussées et doit s’appuyer sur des découvertes scientifiques fondamentales, des compétences et des infrastructures technologiques parmi les plus performantes au niveau mondial. Les navigateurs sont en effet minoritaires dans le “Team Alinghi” qui, outre les sportifs, regroupe une centaine de scientifiques et constructeurs expérimentés figurant parmi les meilleurs spécialistes mondiaux dans leurs domaines respectifs. Les membres de l’équipe comptabilisent 47 participations à la Coupe de l’America et 18 victoires.

Conscients que la réalisation d’un voilier de course de premier rang fait appel à des connaissances et des techniques très pointues, notre objectif a été d’utiliser l’outil numérique pour comprendre les phénomènes généraux qui gouvernent l’écoulement autour des voiles de bateaux et être ainsi capables d’optimiser les réglages et la configuration d’une maquette simple de bateau.

Nous décrivons d’abord le modèle utilisé. Nous étudions ensuite l’écoulement autour d’une voile seule, puis nous exposons les résultats que nous avons tirés de l’étude de l’interaction entre une voile d’avant et une grand-voile. Enfin, nous nous interrogeons sur la pertinence des résultats que nous avons obtenus avec l’outil numérique.

1 Modèles utilisés

1.1 Modèle mathématique

Pour étudier l’écoulement de l’air autour des voiles nous cherchons à résoudre les équations de Navier-Stokes pour un fluide newtonien visqueux :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \underline{U} = 0$$
$$\rho \frac{d\underline{U}}{dt} = -\underline{\operatorname{grad}} p + \lambda \underline{\operatorname{grad}} (\operatorname{div} \underline{U}) + \mu \Delta \underline{U}$$

Nous nous plaçons pour la résolution dans le cas incompressible, laminaire, stationnaire, avec un nombre de Reynolds valant 500¹. En effet les vitesses de vent pour un bateau sont très largement subsoniques et l’écoulement autour des voiles est laminaire pour toutes les allures² du bateau, excepté le vent arrière³ que nous traitons très peu. Nous cherchons donc à résoudre le système suivant :

¹un peu plus faible que pour un écoulement autour d’une voile de maquette de bateau, mais malgré tout réaliste ; nous verrons plus tard la raison de ce choix.

²orientations du bateau par rapport à la direction du vent.

³orientation du bateau pour laquelle le vent lui arrive par l’arrière.

$$\operatorname{div} \underline{U} = 0$$

$$\underline{U} \cdot \underline{\operatorname{grad}} \underline{U} = -\frac{1}{\rho} \underline{\operatorname{grad}} p + \nu \Delta \underline{U}$$

1.2 Modèle numérique

Pour notre modélisation numérique, nous avons choisi d'étudier un modèle d'écoulement à deux dimensions. Les voiles sont en effet élancées et présentent des sections équivalentes dans des coupes horizontales. L'écoulement n'est significativement tridimensionnel qu'en présence des effets de bord. Si l'on s'éloigne de la tétière⁴ et de la bordure⁵ de la voile on peut donc se limiter à une étude de l'écoulement dans un plan horizontal.

Pour le calcul, une voile devait intervenir comme une limite supplémentaire de notre domaine. Nous avons choisi de restreindre l'étude à des voiles rigides : la forme des voiles a été copiée de celle de l'extrados d'un NACA 0012 avec une épaisseur de 1% de la corde et elle ne variait pas sous l'action de l'écoulement. Le maillage a ainsi été réalisé par la jonction de deux domaines de calcul différents, pour faire apparaître la voile comme une zone exclue du calcul au centre du domaine total. En joignant un troisième domaine de calcul, nous avons pu effectuer des simulations dans le cas d'une grand-voile seule, d'une grand-voile avec foc et d'une grand-voile avec génois. Les conditions aux limites imposaient :

- une vitesse nulle sur la voile.
- une vitesse constante, celle du vent à l'infini, sur les bords d'entrée du domaine situés en amont de la voile : à gauche et en bas sur la représentation.
- des contraintes nulles sur les bords de sortie du domaine, en aval de la voile.

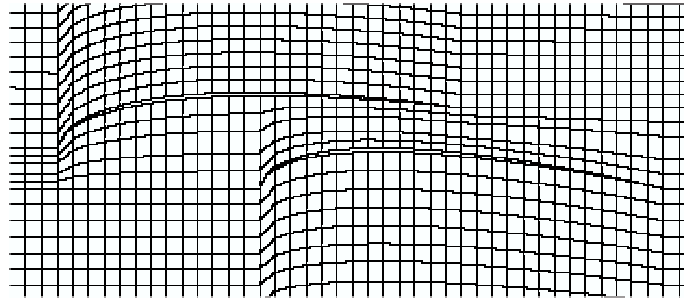


FIG. 1 – Maillage de la grand-voile et du génois.

⁴extrémité haute de la voile.

⁵extrémité basse de la voile.

Le réglage de la grand-voile s’effectue en changeant les conditions aux limites à l’entrée du domaine : il est en effet équivalent de faire tourner le vent autour de la voile fixe et de faire tourner la voile dans un vent fixe. Cela peut se voir lorsque l’on fait apparaître la position du bateau sur le maillage : les différentes allures⁶ du bateau sont modélisées par le même réglage de voiles (*figure 2*). Dans la pratique les emplantures respectives des voiles varient tandis que l’orientation des voiles par rapport au vent est fixe, excepté dans le cas limite du gréement à balestron⁷.

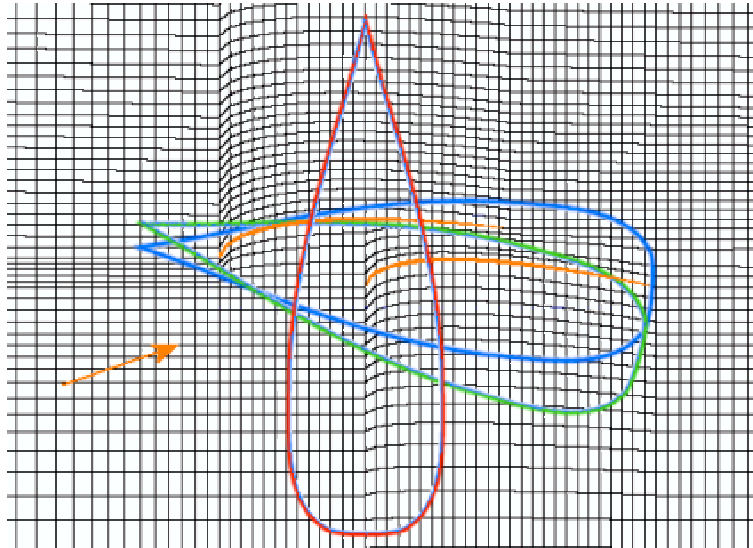


FIG. 2 – Différentes allures du bateau sont modélisées par les mêmes réglages de voiles. En bleu un bateau réglé au près, en vert un réglage au bon plein et en rouge un réglage au grand largue (cas limite d’un gréement à balestron).

Une fois la grand-voile réglée grâce aux conditions limites, le vent est déterminé et le foc ou génois doit être réglé par une modification du maillage. Dans le code, une variable *hauteur* permet de décider de l’ouverture plus ou moins importante de celui-ci.

1.3 Convergence

Sous Castem, le calcul de la solution de notre problème de Navier-Stokes est effectué par itérations. A chaque itération, une nouvelle solution est calculée : le résultat final proposé ne peut donc être valable si les calculs successifs n’ont pas convergés vers une unique solution. Pour visualiser la convergence de ces calculs, nous avons cherché à définir une erreur à chaque itération.

⁶orientations du bateau par rapport au vent.

⁷gréement permettant à l’ensemble {grand-voile + génois} de tourner et pour lequel l’emplanture des voiles ne varie donc pas avec l’allure.

Pour une itération i donnée nous avons considéré la solution de vitesse proposée à l'itération $i - 1$: u^{i-1} , et la solution proposée à l'itération i : u^i . Nous avons évalué les différences entre les composantes selon x et y de ces solutions :

$$Err_x = \max_{\text{domaine}} |u_x^i - u_x^{i-1}|$$

$$Err_y = \max_{\text{domaine}} |u_y^i - u_y^{i-1}|$$

L'erreur à chaque itération était alors définie comme : $E = \max \{Err_x, Err_y\}$.

Nous avons ainsi pu visualiser la convergence de nos différentes simulations en traçant l'évolution de l'erreur en fonction du nombre d'itérations effectuées. Nous avons choisi de considérer réalistes les résultats des simulations dont l'erreur finale était inférieure à 10^{-9} . Nous avons pu constater que le calcul nécessitait alors environ 20000 itérations.

2 Réglage des voiles

Notre premier objectif a été de déterminer le réglage optimal d'une voile seule ayant un profil donné (*NACA 0012*). Le seul paramètre de réglage est alors l'incidence.

2.1 Résultats généraux

Nous avons exploité les écoulements autour des voiles calculés par *Castem* comme suit :

- tracé de la pression au sein de l'écoulement.
- tracé des vecteurs vitesse $U(x, y) \cdot \underline{e}_X + V(x, y) \cdot \underline{e}_Y$.
- tracé des trajectoires de particules lâchées dans l'écoulement en amont de la voile.
- tracé de la valeur de la pression à la surface des voiles, sur l'intrados et l'extrados.
- calcul de la force de portance sur les voiles (par projection sur la verticale de la somme des forces de pression s'exerçant sur chaque segment élémentaire reliant deux noeuds de la voile).

Une première visualisation des résultats met en évidence plusieurs phénomènes attendus :

1. Au près

- notre modèle prévoit bien l'existence d'une force de portance qui fait avancer le bateau. Elle est créée par la combinaison d'une surpression sur l'intrados et d'une dépression sur l'extrados (*figure 9, section 3*).

- sur la voile, on observe bien une couche limite dont l'épaisseur est compatible avec le pas du maillage.
- on observe la présence d'un sillage plus ou moins large, dans lequel l'écoulement est faible et parfois tourbillonnaire.

2. Au vent arrière

- l'écoulement en aval des voiles présente de gros tourbillons.

2.2 Détermination de l'angle de décrochage

Nous avons étudié l'écoulement calculé par *Castem* pour différentes incidences.

2.2.1 Coefficient de portance

Pour un écoulement réel autour d'un profil comme celui que nous avons adopté, il est bien connu [1] [5] que la force de portance P croît presque linéairement avec l'angle d'incidence jusqu'à un certain angle critique α_c qui dépend du profil et se situe autour de 10° ($\alpha_c = 9^\circ$ [1], $\alpha_c = 12^\circ$ [2] pour des profils d'ailes, $\alpha_c = 15^\circ$ [5] pour un profil de voile), au-delà duquel elle diminue (*figure 3*).

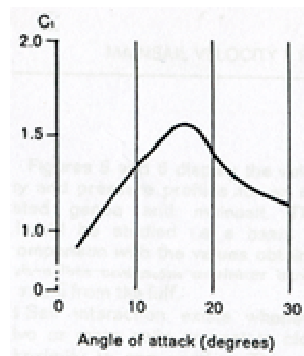


FIG. 3 – Coefficient de portance mesuré sur une voile réelle [5]

Nous avons tracé (*figure 4*) l'évolution du coefficient de portance C_y en fonction de l'angle d'incidence α , pour $\alpha \in [03^\circ, 20^\circ]$ et pour quelques valeurs supplémentaires supérieures à 20° :

$$C_y = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 L} = f(\alpha)$$

Les résultats que nous avons obtenus sont satisfaisants aux petits angles ($\alpha \in [03^\circ, 08^\circ]$) : la loi $C_y = f(\alpha)$ que nous avons trouvée est alors bien linéaire aux petits angles. La pente à l'origine $\frac{dC_y}{d\alpha}$ vaut environ 4.5, ce qui est satisfaisant. En effet, si le modèle de fluide parfait prévoit une pente de 2π pour un profil de Joukowski,

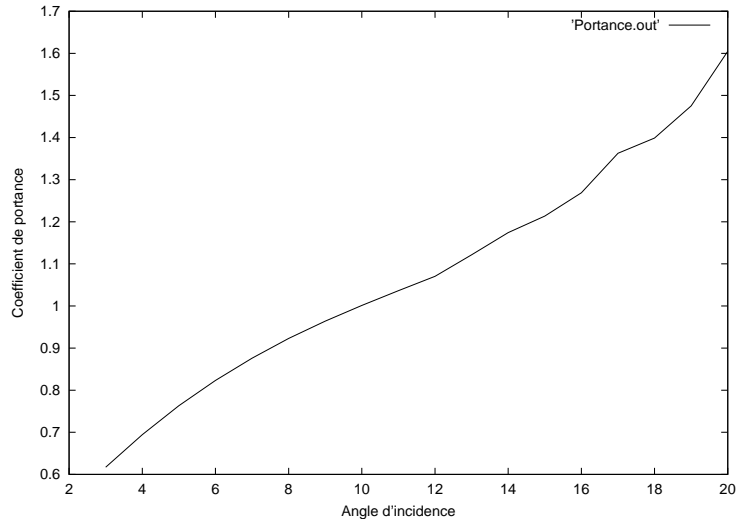


FIG. 4 – Coefficient de portance

l'expérience donne une valeur légèrement inférieure à cause de la présence de la couche limite [1]. La pente que nous trouvons est malgré tout sensiblement plus faible que pour un profil de Joukowski dans un écoulement réel.

L'observation de l'écoulement calculé par *Castem* permet de donner deux explications à différence :

- la tangente au profil a une pente assez forte à l'origine amont de la voile ⁸, ce qui perturbe l'écoulement et augmente la pression sur l'avant de l'extrados de la voile (*figure 5*) par rapport à celle qui s'exerce sur un profil d'aile et diminue ainsi la portance.
- au tout début de l'intrados, la pression est beaucoup plus faible (*figure 5*) qu'elle ne le serait dans le cas d'un profil de Joukowski : en effet, cette zone est évitée par l'écoulement qui est dévié par la forme du profil ; une "bulle" se forme (*figure 6*).

Pour les angles plus grands, les résultats ne sont pas satisfaisants : C_y continue à croître avec α dans toute la plage d'angles que nous avons étudiée. Nous n'avons donc pas constaté de crise de la portance qui, selon notre modèle, augmente pour atteindre sa valeur maximale au vent arrière. Comment expliquer alors qu'au large, on règle les voiles de telle sorte que l'angle qu'elles forment avec le vent apparent soit faible ?

⁸nous verrons plus tard que cette géométrie est réaliste

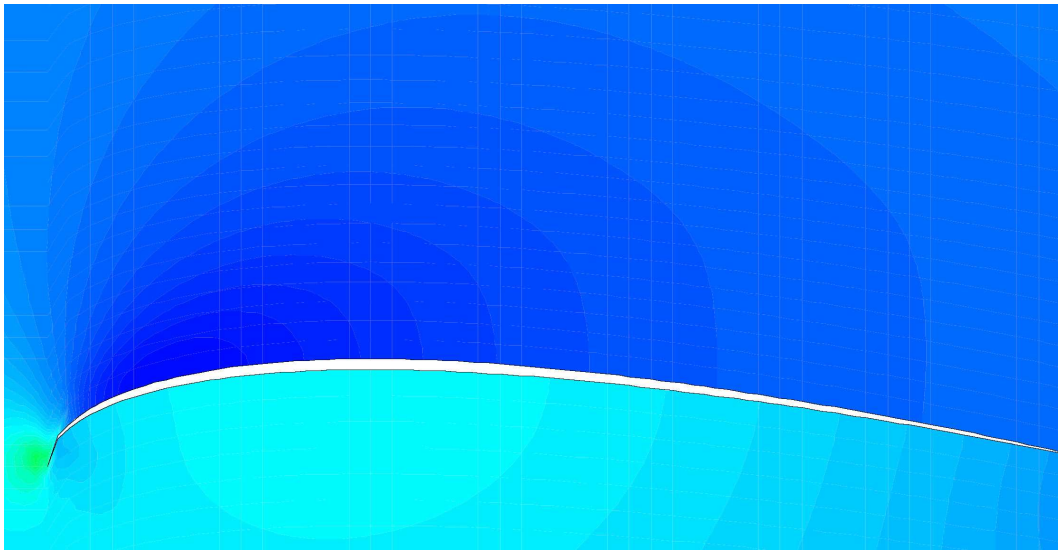


FIG. 5 – Distribution de pression ($\alpha = 07^\circ$). Les zones les plus claires correspondent aux pressions les plus fortes.

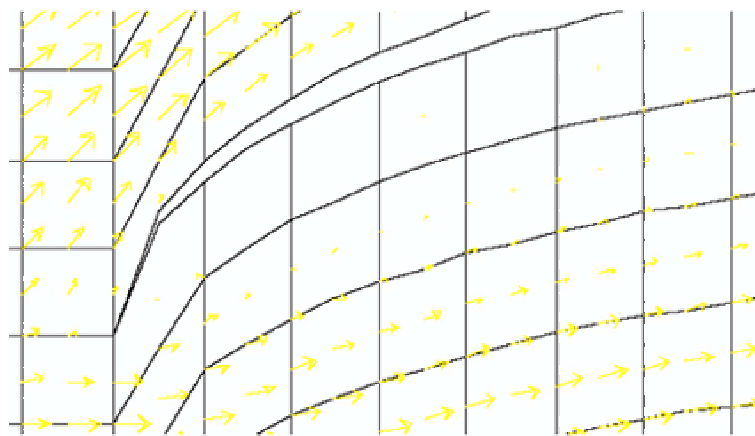


FIG. 6 – Zone évitée par l'écoulement au début de l'intrados ($\alpha = 07^\circ$)

2.2.2 Levée du paradoxe

A ce stade de notre étude, il est nécessaire de remettre en question certaines des hypothèses concernant l'écoulement utilisées pour le calcul numérique.

1. l'hypothèse de laminarité ne semble pas être à l'origine du paradoxe observé. En effet, un écoulement autour d'un profil d'aile n'a pas besoin de devenir turbulent pour qu'apparaisse la crise de portance. Il suffit normalement que le décollement de la couche limite au niveau de l'extrados soit important. Or, nous avons observé ce décollement avec *Castem*.

Comme on peut le voir sur la *figure 5*, le gradient de pression le long l'extrados de la voile est négatif en amont du creux puis positif en aval. Lorsqu'il est négatif dans le sens de l'écoulement, le gradient plaque la couche sur la paroi. En revanche, un gradient positif tend à créer un écoulement en sens inverse, ce qui peut entraîner un décollement de la couche limite. En effet, on peut imaginer que les particules de fluide situées à un endroit donné de la couche ont tendance à contourner celles qui, au même instant, se trouvent un peu plus en aval et ont une vitesse plus faible. En évitant ainsi celles qui les ralentissent, les particules s'éloignent de la surface de la voile. Ce phénomène est stable puisqu'une zone de recirculation se crée en aval du point de décollement. On l'observe très bien sur la *figure 7* qui a été obtenue en déterminant les trajectoires de particules injectées à l'intérieur de la couche limite.

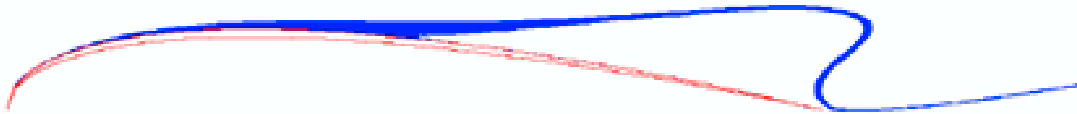


FIG. 7 – Mise en évidence du décollement de la couche limite ($\alpha = 07^\circ$, $Re = 500$, particules lâchées à $d = 0.01$ de la surface de la voile)

2. l'hypothèse de stationnarité est plus délicate à traiter. Nous pensons que c'est elle qui est à l'origine de l'incapacité des solutions calculées par *Castem* à prédire la chute de portance. Dans la plage d'angles d'incidence où le calcul fournit des résultats conformes à la réalité, on observe bien le phénomène de décollement : il existe au niveau de l'arrière de l'extrados un petite zone de recirculation dont l'étendue croît avec l'incidence. On peut alors imaginer que le tourbillon formé est entraîné par l'écoulement extérieur si sa taille devient trop importante. Il n'existe alors plus de solution stationnaire des équations de Navier-Stokes et les résultats du calcul que nous effectuons avec *Castem* sont faux. Deux observations étayent cette explication :

- au-delà d’un certain angle, l’erreur ne converge plus mais adopte un comportement périodique qui pourrait être la conséquence de la formation dans la zone de décollement d’un tourbillon qui croît puis se détache, laissant la place à la formation d’un autre tourbillon.

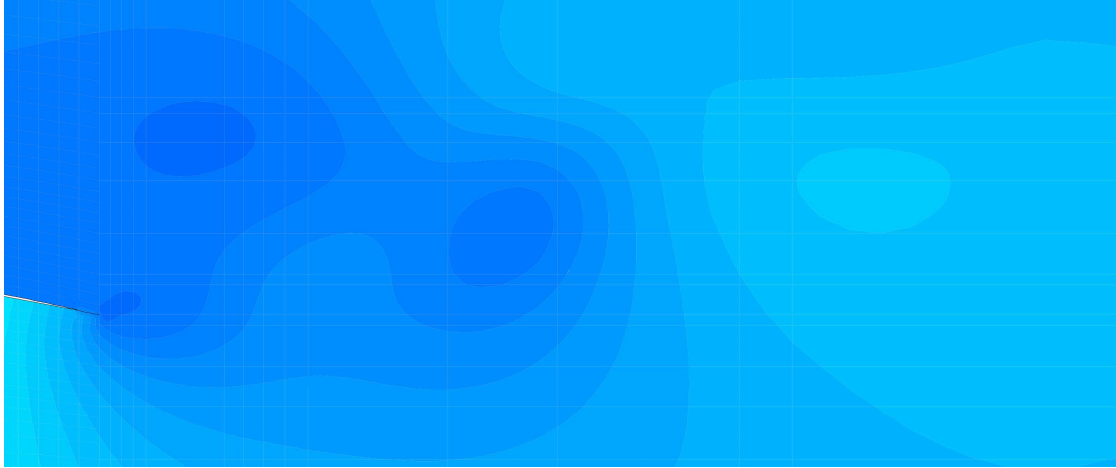


FIG. 8 – Distribution de pression dans le sillage d’une voile pour $\alpha = 14^\circ$

- à partir de cet angle, la visualisation de la pression au sein de l’écoulement permet d’identifier plusieurs tourbillons dans le sillage (*figure 8*).

2.2.3 Détermination de l’angle d’incidence critique et réglage des voiles

Ce qui a été au début un obstacle à la compréhension nous a finalement permis de déterminer l’angle d’incidence critique : nous avons considéré que la transition vers le régime instationnaire se fait pour $\alpha = \alpha_c$. α_c est alors l’angle à partir duquel l’erreur ne converge plus. Nous trouvons :

$$\alpha_c = 11^\circ$$

Cette valeur se situe bien dans la plage habituelle des angles de décrochage pour les profils de voiles [3]. Dans la suite, nous avons réglé les voiles avec une incidence de 10° , juste inférieure à α_c .

3 Conséquences de la présence de deux voiles

3.1 Influences réciproques des deux voiles

Les trois configurations de voiles que nous avons étudiées nous ont permis de comparer les résultats de pression en fonction de la présence des différentes voiles. Nous avons ainsi cherché à visualiser l’influence des voiles d’avant sur l’efficacité de la grand-voile et réciproquement.

3.1.1 Influence de la voile d'avant sur la grand-voile

En comparant les distributions de pression sur la grand-voile en présence ou non d'une voile d'avant, on constate que l'avant de la grand-voile est moins efficace en présence d'un foc ou d'un génois. En effet, la pression sur l'intrados change peu mais la dépression sur l'extrados est nettement moins importante (*figure 9*).

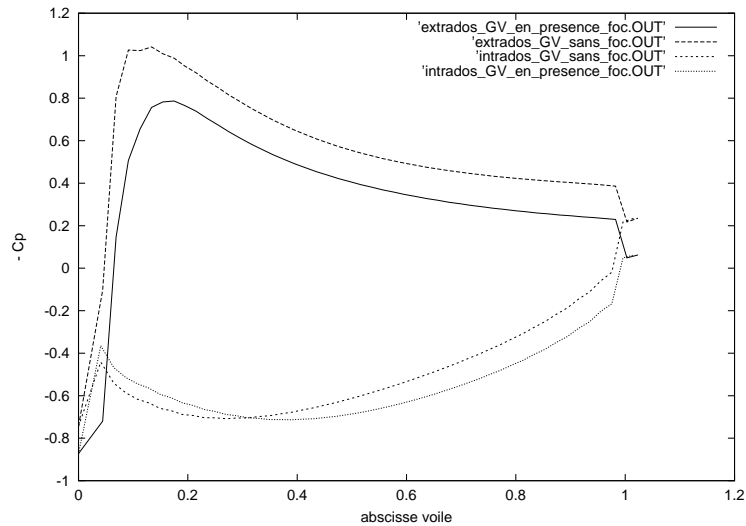


FIG. 9 – Pression sur l'intrados et l'extrados de la grand-voile en présence ou non du foc.

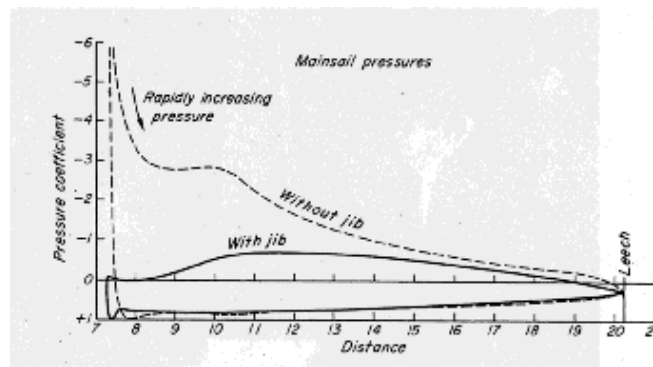


FIG. 10 – Pression sur l'intrados et l'extrados de la grand-voile en présence ou non du génois : résultats de C.A. Marchaj [3].

Cette différence de pression s'explique car l'air est décéléré le long de l'intrados du génois. La vitesse de l'écoulement sur l'avant de l'extrados de la grand-voile est donc inférieure en présence du génois que dans un écoulement libre (comme

on pourra l'observer plus loin sur la *figure 14*). Ainsi, la dépression résultante sur l'extrados de la grand-voile est plus faible en présence d'une voile d'avant.

Nous pouvons comparer nos résultats avec ceux proposés par C.A. Marchaj [3] (*figure 10*). Ceux-ci montrent également une baisse du coefficient de pression à l'avant de la grand-voile en présence d'une voile d'avant. En revanche, nos résultats donnent un pic de pression très localisé à l'avant de la grand-voile que l'on ne retrouve pas dans les résultats de C.A. Marchaj. Ceci peut être expliqué par notre choix pour la forme des voiles. Elles sont en effet très creusées sur l'avant et ne sont donc pas exactement bien réglées pour l'écoulement imposé. Ce phénomène reste localisé et peut rendre compte, dans la pratique, de la présence du mât. L'épaisseur du mât du bateau perturbe en effet l'écoulement et rend l'avant de la grand-voile moins portant.

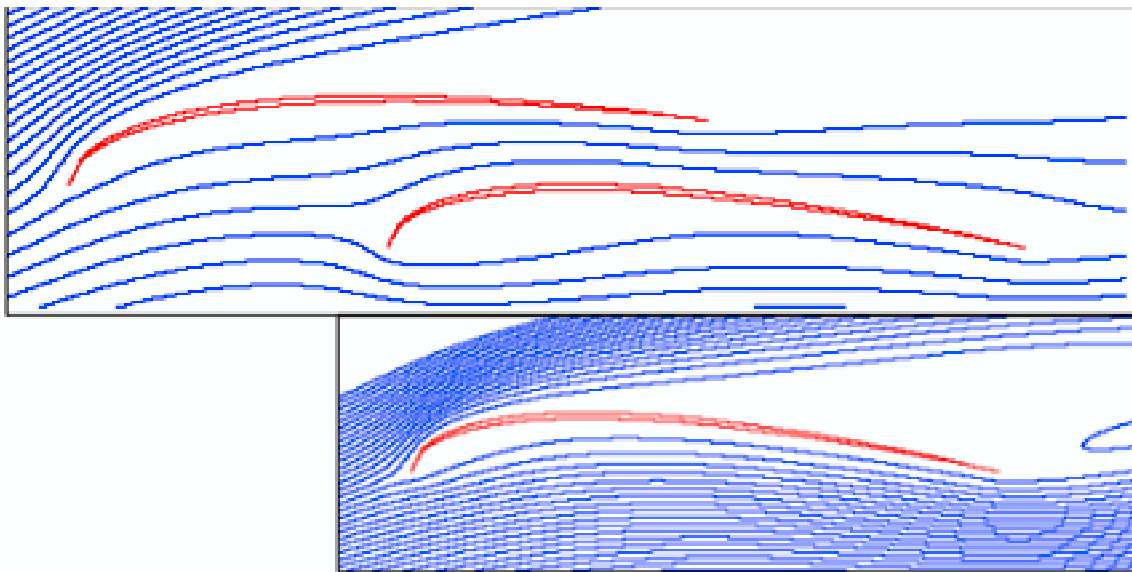


FIG. 11 – Déviation par le génois des lignes de courant sur l'intrados de la grand-voile. Le décrochage de la grand-voile est retardé en présence du génois.

La présence de la voile d'avant a un deuxième effet sur l'écoulement autour de la grand-voile. Le génois dévie l'écoulement en amont de l'extrados de la grand-voile et retarde ainsi le décrochage. La grand-voile est alors efficace pour des angles d'attaque plus grands (*figure 11*).

3.1.2 Influence de la grand-voile sur le génois

Pour étudier l'influence de la grand-voile sur la voile d'avant, nous allons nous limiter au cas du génois. Le cas du foc est en effet similaire et moins marqué car

le recouvrement des deux voiles est plus faible.

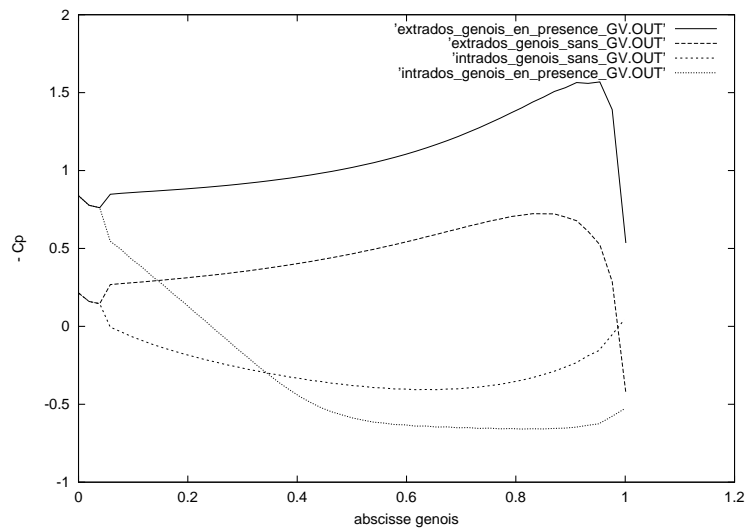


FIG. 12 – Pression sur l'intrados et l'extrados du génois en présence ou non de la grand-voile.

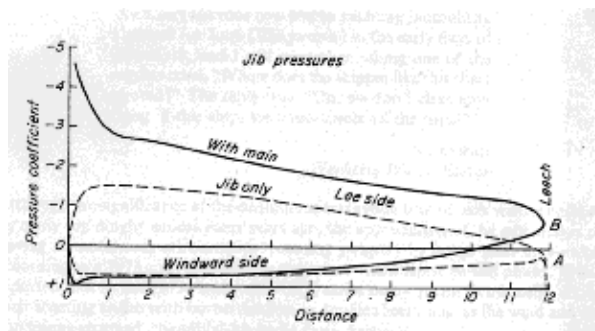


FIG. 13 – Pression sur l'intrados et l'extrados du génois en présence ou non de la grand-voile : résultats de C.A. Marchaj [3]. Les abscisses du génois sont inversées par rapport à nos résultats.

Les distributions de pression sur le génois montrent qu'en présence de la grand-voile, celui-ci porte plus : la dépression sur l'extrados du génois est plus importante (*figure 12*). C.A. Marchaj [3] retrouve ce résultat : la surpression varie peu sur l'intrados tandis que la dépression est très accentuée sur l'extrados (*figure 13*).

Ceci peut s'expliquer par l'accélération de l'air par confinement entre le génois et la grand-voile. L'écoulement à l'extrémité de l'intrados du génois est plus rapide en présence de la grand-voile qu'avec un écoulement libre (*figure 14*). En conséquence, l'air est accéléré le long de l'extrados du génois pour que l'écoulement puisse se raccorder de façon continue au bord de fuite. La dépression est donc plus importante sur l'intégralité de l'extrados du génois en présence de la grand-voile et le génois porte plus.

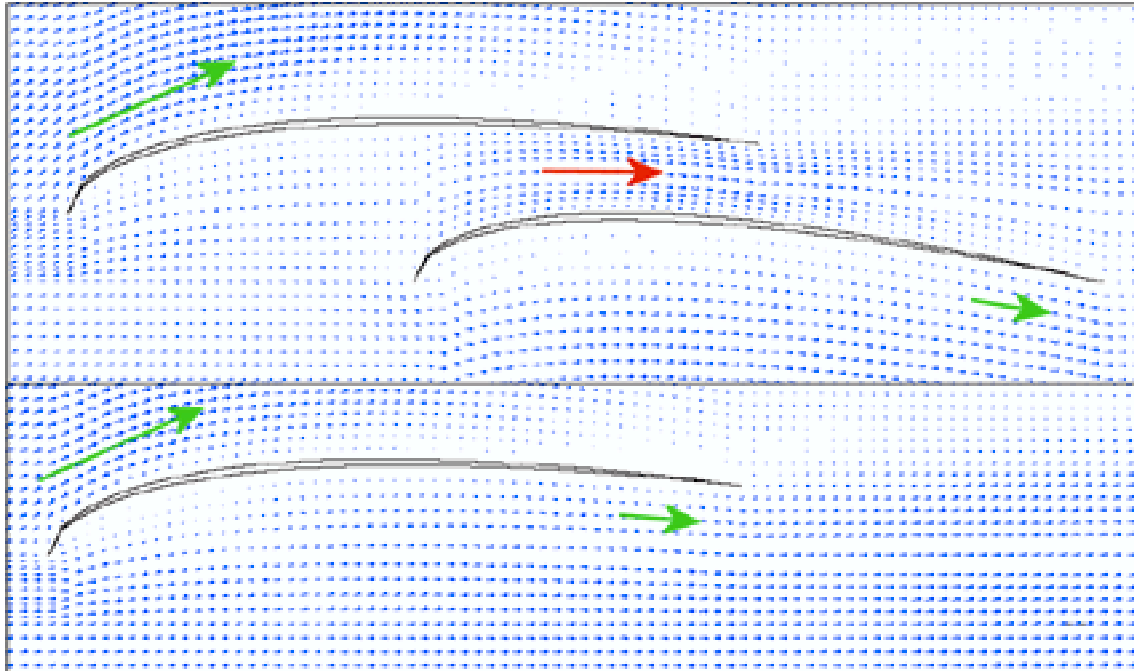


FIG. 14 – Ecoulement autour du génois en la présence et en l'absence de grand-voile. L'écoulement sur l'intrados du génois est accéléré en présence de la grand-voile (en rouge). Inversement, l'écoulement sur l'extrados de la grand-voile est décéléré en présence du génois.

En présence de la grand-voile on constate également que l'écoulement le long du guindant⁹ du génois est dévié. Le vent que reçoit le génois est plus abattu¹⁰ que le vent réel (*figure 15*). Le génois peut alors être réglé plus près du vent et permettre au bateau de mieux remonter au vent¹¹.

⁹bord avant de la voile.

¹⁰le vent présente un plus grand angle avec la voile.

¹¹l'angle minimal que le bateau peut exercer au près avec le vent est alors plus faible.

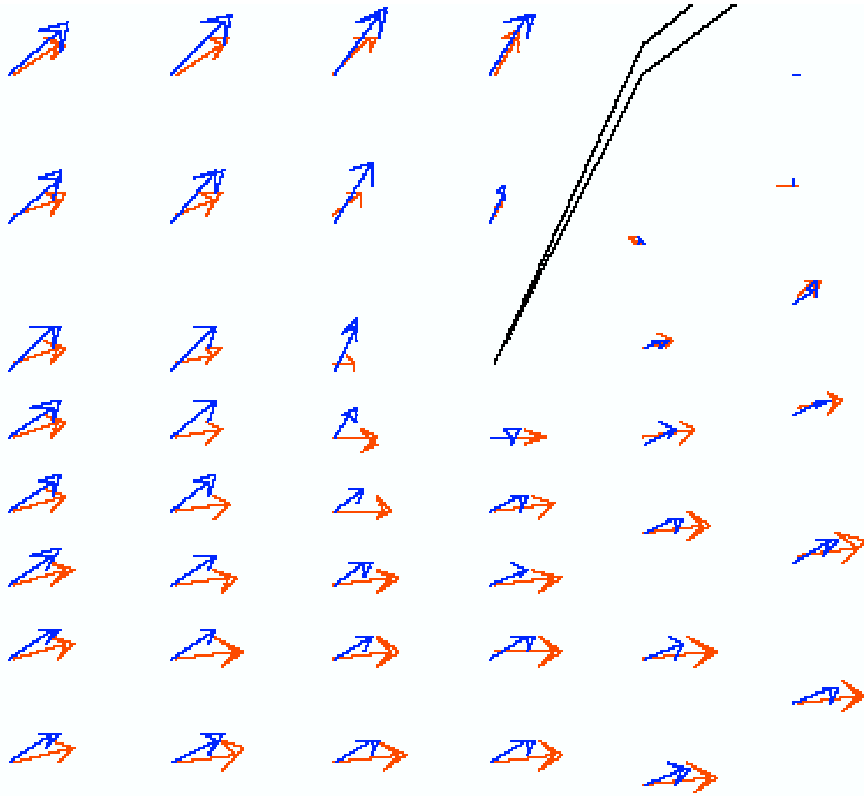


FIG. 15 – Vitesses de l'écoulement sur le guindant du génois en la présence et en l'absence de grand-voile. En la présence de la grand-voile (en bleu), le vent est plus abattu qu'en son absence (en rouge).

3.2 Intérêts du choix de deux voiles

L'étude des interactions entre la grand-voile et la voile d'avant permet d'évaluer le gain obtenu lors de l'ajout de celle-ci. Il y a en effet plusieurs avantages à l'emploi de deux petites voiles plutôt que d'une unique voile de taille double. Il apparaît notamment que :

- l'écoulement exerce une poussée totale sur un gréement avec grand-voile et voile d'avant plus grande que la somme des poussées exercées sur chaque voile dans un écoulement libre. En effet la perte de portance qui apparaît près du guindant de la grand-voile en présence d'un génois est largement compensée par le gain de portance sur ce génois dû à la grand-voile.
- la déflexion de l'écoulement sur le guindant du génois provoquée par la présence de la grand-voile permet au bateau de mieux remonter au vent.

- les deux voiles exercent des poussées en des points différents du bateau et peuvent ainsi exercer un couple qui facilitera la manœuvrabilité de celui-ci. La grand-voile tend à faire lofer¹² le bateau tandis que le génois tend à le faire abattre¹³. Jouer sur la présence des deux voiles permet donc de stabiliser le bateau ou de le faire manœuvrer plus efficacement.

4 Les limites du modèle

4.1 Etude de la validité du maillage

La détermination de solutions stationnaires de l'équation de Navier-Stokes pour un fluide visqueux incompressible dans le cas d'écoulements à grand nombre de Reynolds Re doit conduire à un résultat pour lequel il existe une couche limite à la surface des voiles. Pour que l'écoulement calculé par *Castem* soit conforme à la réalité, il est nécessaire que des points du maillage se trouvent à l'intérieur de cette couche. Pour savoir si les maillages que nous avons utilisés pour nos simulations d'écoulements autour de voiles étaient valides, nous avons réalisé une étude numérique de la couche limite sur une simple plaque plane.

On considère dans cette section une plaque plane infiniment mince de longueur $L = 1$ qui s'étend dans la direction \underline{e}_X . A l'infini, l'écoulement bidimensionnel visqueux incompressible $U_0 \cdot \underline{e}_X$ dans lequel elle est placée est uniforme et parallèle à sa surface. La vitesse de l'écoulement est notée $U(x, y) \cdot \underline{e}_X + V(x, y) \cdot \underline{e}_Y$.

4.1.1 Etude théorique succincte

A grand nombre de Reynolds, on traite l'écoulement comme celui d'un fluide parfait, sauf au voisinage immédiat de la plaque où l'on tient compte de la viscosité. On raccorde ensuite les deux solutions obtenues¹⁴. Dans la couche limite, la simplification des équations de Navier-Stokes conduit aux équations de Prandtl [1] qui montrent que la pression $p(x, y)$ à l'intérieur de la couche est constante dans la direction normale à la plaque et donnée par :

$$p(x, y) = p_e(x)$$

où $p_e(x)$ est la pression pariétale prédite par le modèle de fluide parfait : la présence d'une couche limite ne modifie pas la pression qui s'exerce sur la plaque.

Le modèle de fluide parfait suffit donc pour calculer la résultante des forces de pression autour d'une voile à incidence faible, mais seule la prise en compte du terme visqueux dans la résolution des équations de Navier-Stokes peut permettre d'étudier le décollement de la couche limite et les phénomènes qui en résultent, en

¹²se rapprocher du vent.

¹³s'éloigner du vent.

¹⁴appelées respectivement extérieure et intérieure.

particulier la crise de portance au-delà d'un certain angle d'attaque. En effectuant les calculs avec *Castem* dans l'hypothèse d'un fluide parfait, l'absence de couche limite ne nous aurait pas permis de déterminer l'angle d'incidence critique. De plus, en dessous de cet angle, les écoulements autour des voiles auraient été moins réalistes que ceux que nous avons observés puisque le décollement de la couche limite se produit déjà.

Pour que la condition d'adhérence à la paroi ait alors un sens et que le calcul numérique donne un résultat juste, la taille des éléments du maillage au voisinage de la plaque dans la direction normale à la paroi doit être inférieure à l'épaisseur de la couche limite.

4.1.2 Etude numérique de l'épaisseur de la couche limite

Pour calculer avec précision la couche limite, nous avons utilisé un maillage fin caractérisé par un pas de 0,01 dans la direction normale à la plaque. Nous avons simulé l'écoulement pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.

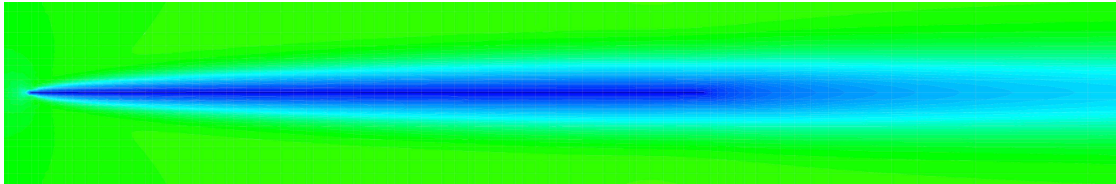


FIG. 16 – Distribution de la vitesse tangentielle U autour d'une plaque plane ($Re_1 = 1500$)

Comme le montre la *figure 16*, notre modèle prévoit bien l'existence d'une couche limite ainsi que d'une couche visqueuse libre en aval de la plaque, le sillage.

L'épaisseur théorique δ de la couche limite est donnée, dans l'approximation de Prandtl, par :

$$\delta = \frac{L}{Re^{1/2}}$$

Comme la présence de la couche limite perturbe très légèrement l'écoulement extérieur uniforme¹⁵, il existe une zone proche de la couche où la vitesse tangentielle U est très voisine de U_0 mais tend lentement vers cette valeur à mesure que l'on s'éloigne de la plaque, ce qui rend la mesure de l'épaisseur réelle difficile. Pour plus de précision, nous avons choisi de déterminer l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite en mesurant la distance à la paroi δ_{num} pour laquelle on a :

$$U(x, \delta_{num}) = \frac{U_0}{2}$$

¹⁵la vitesse normale V dans la couche limite agit en effet comme une vitesse d'injection à la paroi vis-à-vis de l'écoulement extérieur à l'ordre $\frac{1}{Re^{1/2}}$

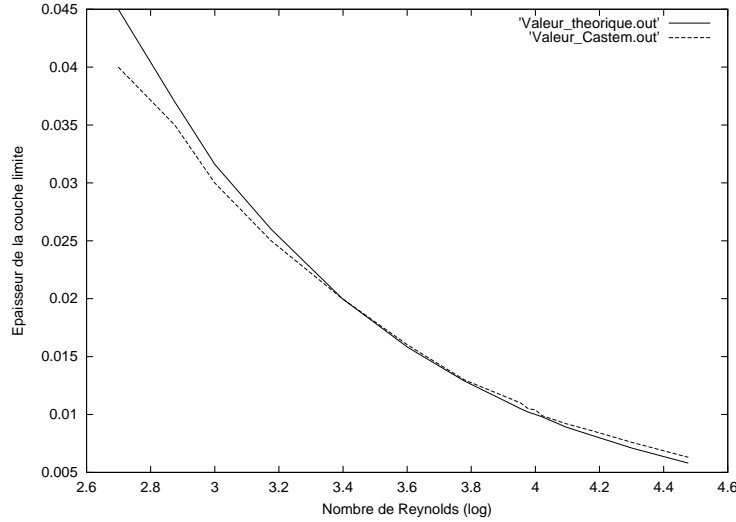


FIG. 17 – Comparaison entre la valeur théorique et la valeur calculée par Castem de l'épaisseur de la couche limite

La *figure 17* compare les valeurs de δ_{num} calculées par le modèle numérique en fonction de Re aux valeurs théoriques. Aux grandes valeurs de Re , l'accord avec la théorie de Prandtl est excellent et on peut donc utiliser la valeur théorique de δ pour déterminer la validité du modèle numérique, limitée si l'on désire augmenter Re sans affiner le maillage.

4.1.3 Nombres de Reynolds critiques

Les maillages que nous avons utilisés tout au long de ce TMS présentent un pas maximal $p_{max} = 0.04$ dans la direction normale à la surface des différentes voiles. D'après les résultats de la section précédente, la valeur critique Re_c du nombre de Reynolds au-delà de laquelle le maillage n'est plus utilisable est donnée par la théorie :

$$Re_c = \frac{L^2}{p_{max}^2}$$

soit ici $Re_c = 625$.

Les *figures 18* et *19* présentent la distribution de U autour de la plaque pour deux valeurs Re_1 et Re_2 telles que $Re_1 < Re_c < Re_2$. Pour $Re = Re_2$, on observe bien que l'épaisseur de la couche est inférieure à p_{max} .

Pour $Re = Re_1$, si l'on note l la distance à la plaque, on obtient un profil $U = f(l)$ réaliste, comme le montre la *figure 20*.

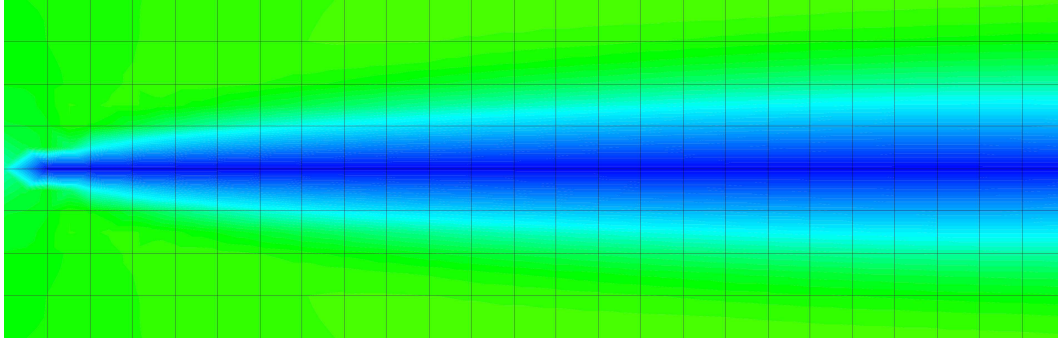


FIG. 18 – Nombre de Reynolds adapté au maillage ($Re_1 = 500$, $p_{max} = 0.04$)

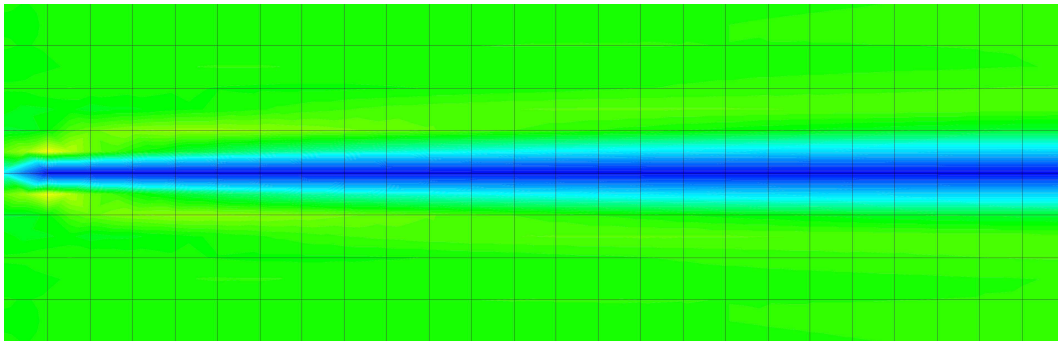


FIG. 19 – Nombre de Reynolds trop grand pour le maillage ($Re_2 = 5000$, $p_{max} = 0.04$)

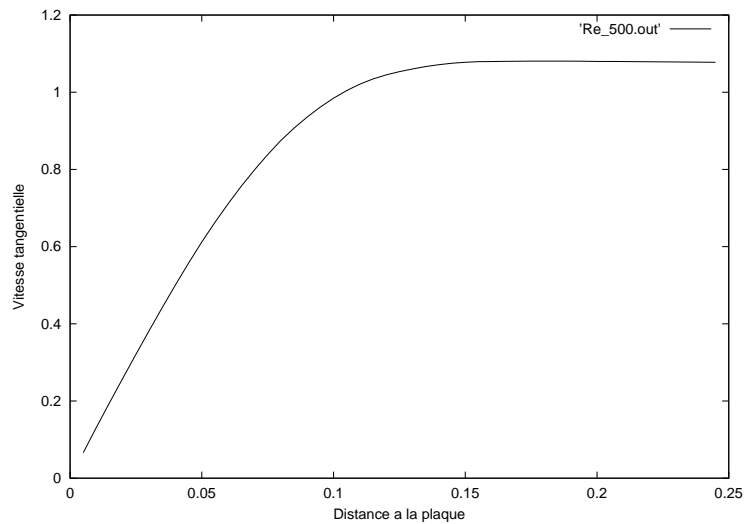


FIG. 20 – Profil de vitesse tangentielle au voisinage d'une plaque plane ($Re_1 = 500$)

Le maillage et le nombre de Reynolds de 500 que nous avons choisis pour les simulations étaient donc compatibles. Dans le cas de notre maillage, il était d'autant plus important de respecter la condition sur Re que la valeur maximale du pas autour de la voile et dans la direction normale était atteinte au niveau du bord d'attaque, zone dans laquelle la couche limite est la plus fine et joue un rôle important.

4.2 Pertinence du modèle plan.

Le modèle proposé ici se limite à une étude à 2 dimensions du problème de l'écoulement du vent autour des voiles. Cette approximation est en effet raisonnable au vu de l'élanement des voiles. Malgré tout, Plusieurs effets ne peuvent être étudiés par ce modèle :

- des effets de bord apparaissent à la tétière et de la bordure de la voile qui perturbent fortement l'écoulement dans ces régions. Des tourbillons se forment lorsque l'air en surpression sur l'intrados de la voile contourne les extrémités pour rejoindre la zone de dépression sur l'extrados de la voile. L'écoulement est alors fortement tridimensionnel et les résultats proposés ici ne rendent plus compte de la portance qui serait observée sur ces parties de la voile dans la réalité.
- les sections obtenues dans diverses coupes horizontales de la voile varient le long du guindant. Leurs formes sont équivalentes, mais leurs tailles et leurs orientations par rapport au vent dépendent de leurs altitudes. En effet la voile est légèrement vrillée et les différentes sections horizontales présentent donc des angles différents avec le vent (*figure 21*).

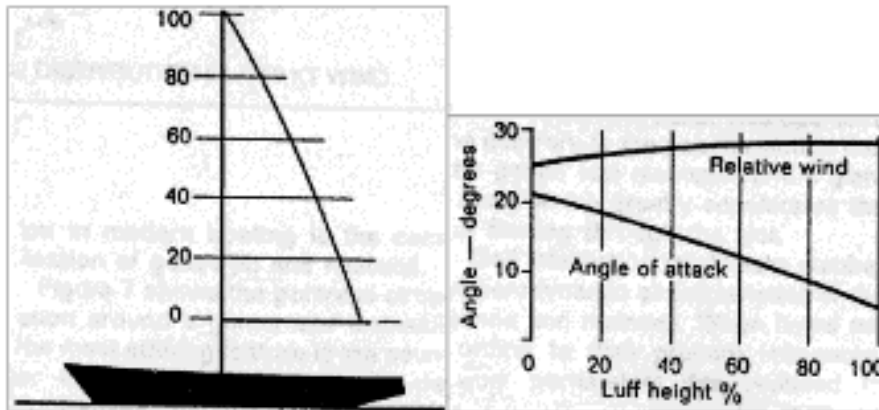


FIG. 21 – Variations du vent relatif et de l'angle d'attaque le long du guindant de la grand-voile [5].

- sur la mer, le vent n'est pas uniforme. Il varie dans le temps, ce qui n'est pas pris en compte par notre modèle stationnaire. A un instant fixé, il varie également sur la surface de la voile : le haut de la grand-voile ne reçoit pas toujours le même vent que le bas. Des structures tridimensionnelles peuvent donc apparaître qui ne sont pas prises en compte dans ce modèle. Ces variations seront en effet très faibles pour une maquette de bateau, il pourra en revanche être intéressant de les prendre en compte pour la généralisation au cas d'un bateau à l'échelle 1.

Le modèle à deux dimensions rend donc bien compte des efforts sur la majeure partie de la voile, particulièrement dans le cas d'une maquette de bateau pour laquelle le vrillage de la voile et les variations en espace du vent seront moins importantes. Malgré tout, le passage à un bateau de taille réelle ou l'étude de l'écoulement près des bords ne peuvent être réalisés de façon précise à partir du modèle proposé ici.

Conclusion

L'étude de l'écoulement autour des voiles d'un bateau peut être très complexe et le modèle proposé ici se limite à une étude des phénomènes les plus caractéristiques. En se basant sur un modèle mathématique bidimensionnel, on met en évidence la portance exercée par le vent sur les voiles et les difficultés liées au réglage des voiles. On explique également l'importance du choix d'un gréement à deux petites voiles plutôt que d'un gréement constitué d'une unique grande voile. Ces résultats présentent des erreurs introduites par le calcul numérique et la restriction du modèle à deux dimensions, mais le choix d'un maillage adapté et la limitation à l'étude d'un modèle réduit permettent d'obtenir des résultats réalistes.

Pour réaliser un modèle plus précis, on pourra reprendre l'étude à la lumière des enseignements tirés de ce travail en tenant compte du caractère déformable de la voile et de la possibilité, à bord, d'en régler le creux. Il pourra également être intéressant d'utiliser des modèles à trois dimensions pour une étude poussée de l'écoulement.

Références

- [1] P. Huerre. *Mécanique des fluides. Tome 1 : cours*. Editions de l'Ecole Polytechnique, 1998.
- [2] E. de Langre. *Fluides et Solides*. Editions de l'Ecole Polytechnique, 2002.
- [3] C. A. Marchaj. *Aero-hydrodynamics of sailing*. Granada Publishing, 1979.
- [4] P. J. Richards and G. D. Mallinson. *The use of computational modelling in a study of downwind sail*. University of Auckland, Department of Mechanical Eng. Project Report, 2001.
- [5] A. Gentry and J. R. Stanton. *The best of sail trim*. Sheridan House, 1994.