

# Imagerie topologique de défauts enfouis sur la base de mesures expérimentales de déformées statiques

Stage de recherche niveau M2, 2021  
Institut Jean le Rond d'Alembert, Sorbonne Université

## Contexte et objectifs du stage

Ce projet s'inscrit dans la problématique du *contrôle non-destructif* (CND) d'un solide (par exemple un bâtiment, une pièce mécanique, ou même une partie du corps humain), qui vise à déceler et identifier des défauts qui y sont enfouis (tels que cavités, fissures, inclusions, lésions des tissus ...) sans l'endommager, par opposition aux méthodes invasives qui provoquent son endommagement voire sa ruine (prélèvement d'une carotte, biopsie, "on ouvre et on regarde" ...). Si l'on se restreint aux méthodes reposant sur des essais mécaniques, on utilise typiquement pour cela des mesures de déplacements ou de déformation sur les surfaces accessibles du solide, quand il est soumis à des sollicitations statiques ou dynamiques. Une comparaison de ces mesures à la réponse attendue pour un solide de référence permet alors de diagnostiquer la présence ou non de défauts, et dans les meilleurs des cas de caractériser ces défauts, c'est-à-dire déterminer leurs nature, emplacement, taille ... On parle aussi de *problème inverse*, par opposition au problème direct qui consisterait à prédire la réponse du solide en connaissant complètement son état et les éventuels défauts qu'il contient.

Dans ce stage, on souhaite caractériser des éprouvettes cubiques ou parallélépipédiques de silicone dans lesquelles on aura enfoui un défaut connu (bille, pièce de monnaie ...), à partir de mesures de déformées, issues par exemples de tests de compression dans plusieurs directions (figure 1). La géométrie du problème est volontairement simple, et le choix du silicone facilitera la fabrication des éprouvettes et l'obtention de mesures exploitables : de grandes déformées peuvent être obtenues tout en restant dans le régime de l'élasticité linéaire. Le principal enjeu du stage réside dans l'implémentation d'une méthode adaptée pour traiter ces mesures statiques et l'étude critique des capacités effectives de cette méthode.

De nombreuses méthodes ont été développées pour aborder de tels problèmes [1], parmi lesquelles les méthodes d'*imagerie topologique* et notamment le calcul et le tracé de cartes de *dérivées topologiques* [5, 3, 2]. Elles ont fait l'objet de multiples expérimentations et démonstrations numériques qui montrent leur pertinence dans un large éventail de configurations, ainsi qu'à des applications à des mesures expérimentales issues de sollicitations dynamiques (figure 2). Le traitement de mesures statiques telles que la déformée d'une éprouvette ou d'une pièce mécanique est *a priori* plus délicat, ces mesures contenant moins d'informations que des mesures dynamiques. La piste que l'on propose d'explorer pour palier ce manque de données est l'utilisation de dérivées topologiques *d'ordre élevé* [2, 4] qui peuvent permettre une amélioration substantielle de la qualité de la reconstruction (figure 3).

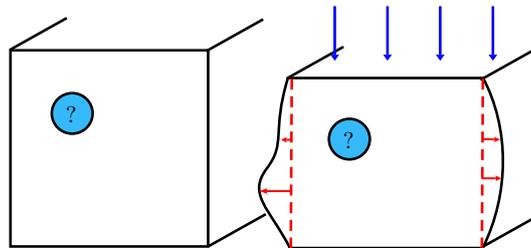


FIGURE 1 – Schéma du problème considéré : on souhaite identifier un défaut enfoui dans une éprouvette cubique, à partir de mesures de sa déformée lorsqu'elle est soumise à des sollicitations statiques.

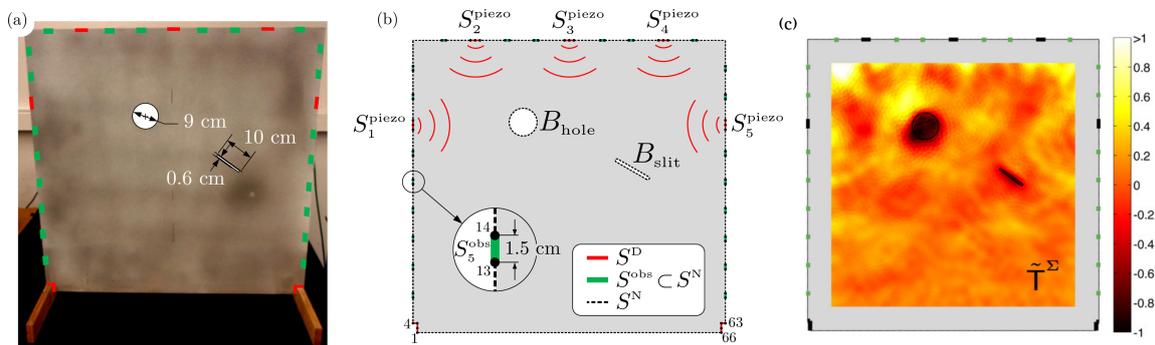


FIGURE 2 – Imagerie d’une plaque trouée à partir de mesures de déplacement aux bords lors de sollicitations dynamiques. (a) Photographie du montage expérimental, (b) emplacements des sources et points de mesure et (c) carte de dérivée topologique calculée en combinant des données obtenues à plusieurs fréquences, dont les valeurs les plus négatives (en rouge) soulignent la position des défauts. Figures extraites de [5].

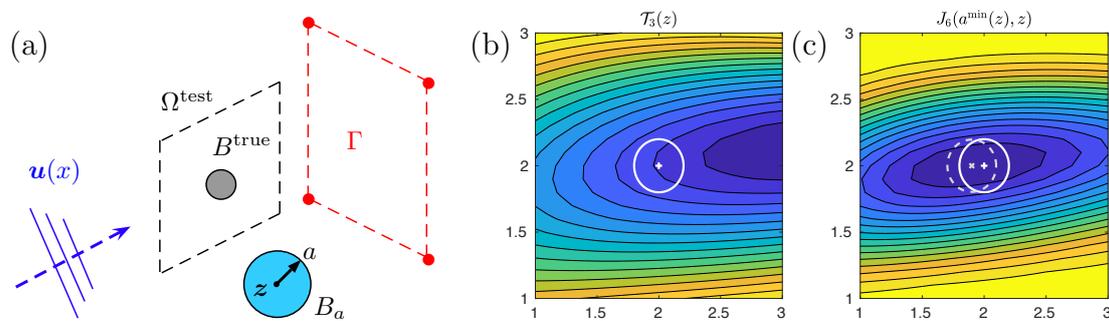


FIGURE 3 – Expérience numérique : localisation et détermination de la taille d’un obstacle sphérique  $B^{\text{true}}$  à partir de mesures d’ondes diffractées par cet obstacle sur quatre capteurs répartis sur une surface  $\Gamma$ , et par comparaison avec un obstacle “test”  $B_a$ . (a) schéma de l’expérience et (b-c) cartes de dérivées topologiques dans le plan  $\Omega^{\text{test}}$ . Dans ce cas de figure, la dérivée topologique classique (b) ne permet pas une bonne localisation (la “tache bleue” est en-dehors de  $B^{\text{true}}$  indiqué en traits plein) alors que l’utilisation de dérivées topologiques d’ordre élevé (c) permet de localiser avec précision l’obstacle et de déterminer sa taille (obstacle reconstruit  $B_a$  indiqué en pointillés). Travaux issus de [3].

## Organisation prévisionnelle

Le stage comprendra nécessairement les étapes suivantes :

1. étude bibliographique sur les méthodes d'imagerie topologique et leur périmètre d'efficacité (géométries, type de défauts, mesures statiques/dynamiques ...),
2. sur la base de cette étude, choix d'un plan d'expérience : éprouvettes et tests mécaniques pertinents pour tester les capacités des cartes de dérivées topologiques,
3. implémentation de la méthode et réalisation de tests numériques (application de la méthode à des mesures simulées et bruitées numériquement) pour valider cette implémentation,
4. expérimentations : fabrication d'éprouvettes défectueuses, réalisation des tests mécaniques et exploitation des mesures,
5. conclusions sur l'efficacité (ou non) de la méthode et sur la pertinence du plan d'expérience choisis,
6. rédaction d'un rapport et préparation d'une présentation de soutenance.

Selon l'avancée des travaux, certaines étapes pourront être développées : plan d'expérience plus large, implémentation d'autres méthodes telles que l'*écart à la réciprocité* [1] (les outils numériques pourront largement être repris d'une méthode à une autre); et la rédaction d'un article scientifique pourra être envisagée.

*En cas de difficultés à réaliser les expérimentations dues à la crise sanitaire, le stage pourra se réorienter sur les aspects théorique et numérique de la méthode étudiée.*

## Informations pratiques

**Durée :** 5 à 6 mois.

**Lieu :** Institut d'Alembert, Sorbonne Université (campus de Jussieu).

**Gratification :** Base de Sorbonne Université ( $\approx 570\text{€}$ / mois).

**Compétences attendues :** Le ou la candidat.e devra avoir une bonne maîtrise du formalisme mathématique de l'élasticité linéaire, en particulier sous forme variationnelle (principe des travaux virtuels/formulation faible, théorèmes énergétiques). Des connaissances préalables sur les problèmes inverses / méthodes de CND seront appréciées mais ne sont pas requises. Il ou elle doit également avoir une appétence pour la programmation : le projet nécessitera l'utilisation d'un logiciel d'éléments finis (par exemple Abaqus, CASTEM, Fenics, FreeFem++ ...) et d'un langage de script (par exemple Python ou Matlab). Le choix de ces outils n'est pas fixé, il sera choisi selon les compétences du ou de la candidat.e. Enfin, le goût de l'expérimentation est nécessaire pour la partie expérimentale du projet.

**Candidature :** Les candidat.e.s sont prié.e.s d'envoyer CV, relevés de notes, lettre de motivation et éventuellement noms de personnes pouvant les recommander aux deux encadrants du stage (adresses ci-dessous). Des entretiens pourront également être réalisés. *Ne pas hésiter à nous contacter au préalable pour toute question.*

**Encadrants :**

- Arnaud Lazarus : [arnaud.lazarus@sorbonne-universite.fr](mailto:arnaud.lazarus@sorbonne-universite.fr)
- Rémi Cornaggia : [remi.cornaggia@sorbonne-universite.fr](mailto:remi.cornaggia@sorbonne-universite.fr)

## Références

- [1] Marc Bonnet and Andrei Constantinescu. Inverse problems in elasticity. *Inverse problems*, 2005.
- [2] Marc Bonnet and Rémi Cornaggia. Higher order topological derivatives for three-dimensional anisotropic elasticity. *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 51(6) :2069–2092, 2017.
- [3] Rémi Cornaggia. *Development and use of higher-order asymptotics to solve inverse scattering problems*. Ph. D. thesis, ENSTA, Université Paris Saclay and CEGE, University of Minnesota, September 2016.
- [4] Antonio André Novotny, Jan Sokołowski, and Antoni Żochowski. Topological derivatives of shape functionals. Part III : Second-order method and applications. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 181(1) :1–22, Apr 2019.
- [5] Roman Tokmashev, Antonin Tixier, and Bojan B Guzina. Experimental validation of the topological sensitivity approach to elastic-wave imaging. *Inverse Problems*, 29(12) :125005, 2013.