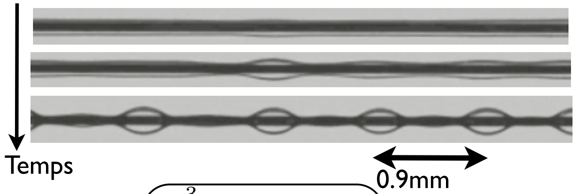
Ecoulements multiphasiques

TD3: Indications/corrections

UMPC. NSF16. 2009-2010

Jérôme Hoepffner & Arnaud Antkowiak



$$\dot{e} = e\boxed{\frac{\gamma e_0^3}{3\mu b^2}\alpha^2(1-\alpha^2 b^2)}$$

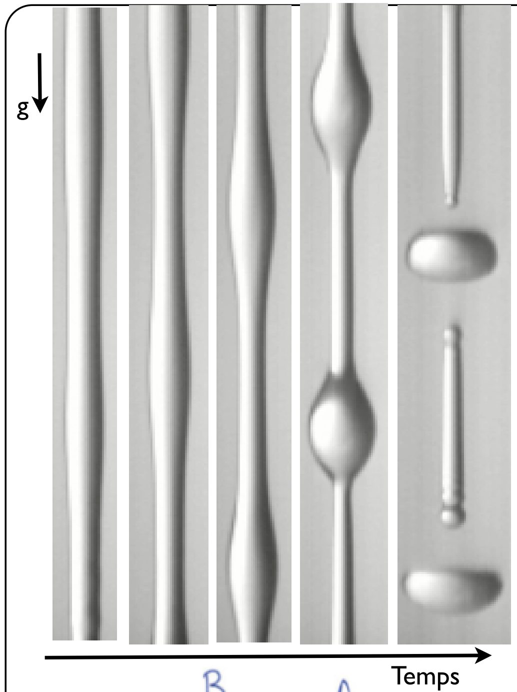
Taux de croissance qui dépend de alpha

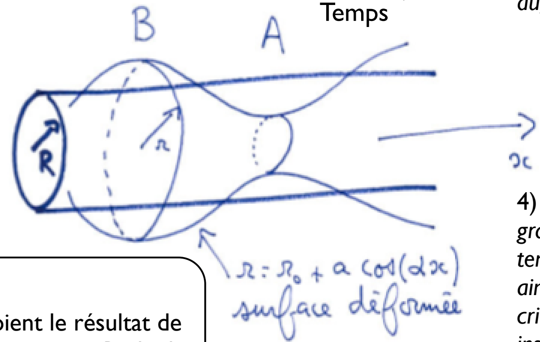
Ex1: Instabilité d'un film sur une fibre.

Comme pour Rayleigh-Taylor vu en cours, la période observée correspond à la longueur d'onde dont le taux de croissance est le plus grand. D'une dérivation, on tire le nombre d'onde et la longueur d'onde lambda:

$$\alpha = 1/\sqrt{2}b, \quad \lambda = 2\sqrt{2}\pi b \approx 9b$$

La longueur d'onde ne dépend pas de e0. On tire de cette expression, b=0.1mm





Ex2: Filet d'eau coulant du robinet.

1) Le diamètre moyen diminue lorsque a augmente:

$$r_0 = \sqrt{R - a^2/2}$$

2). On obtient la surface S par une intégration. Sa variation est due à deux effets antagonistes: la diminution du rayon moyen diminue la surface, mais une perturbation ondulatoire augmente la surface. On obtient que la surface diminue lorsque a augmente, à condition que la longueur d'onde soit plus grande que le périmètre initial. C'est un critère de stabilité: l'énergie de surface diminue et est transférée en énergie cinétique.

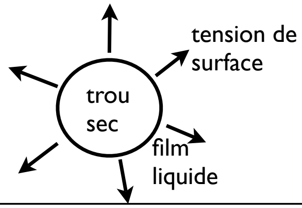
$$S = 2\pi\lambda(1 + a^2\alpha^2/4)(R - a^2/4R)$$

3) *On obtient les pressions en A et en B par l'équation de Laplace. En B les deux rayons de courbure font augmenter la pression à l'intérieur, mais en A un rayon tend à la faire augmenter et l'autre à la faire diminuer:*

$$P_{atm} - P_A = \gamma(-\frac{1}{R-a} + a\alpha^2),$$

$$P_{atm} - P_B = \gamma(-\frac{1}{R+a} - a\alpha^2),$$

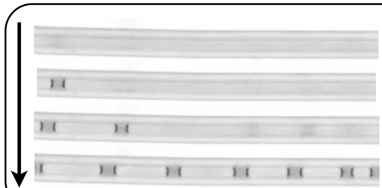
4) *Si la pression est plus grande en A qu'en B, alors le gradient de pression induit un écoulement de A vers B qui tend à augmenter encore l'amplitude de la perturbation et ainsi de suite. De l'expression des pression, on tire le même critère de stabilité que pour l'analyse avec la surface: instable si la longueur d'onde est plus grande que le périmètre.*



Ex3: Film liquide plan

1) Est-il possible que ces gouttes soient le résultat de l'instabilité de Rayleigh-Plateau? *Non, car pour Rayleigh-Plateau il faut un cylindre liquide, alors que ici le film est plan.*

2) Démouillage: supposons un film liquide recouvrant une surface plane. Décrivez ce qui se passe si on y fait un trou. Faites un schéma: *La tension de surface tire sur les bords du trou, et le trou grandit en gardant sa forme circulaire jusqu'à ce que différents trous se rencontrent et ce qui reste de liquide finira dans des gouttes éparses comme sur la photo.*



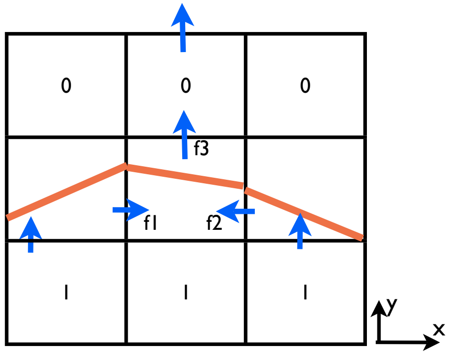
Ex4: *La goutte à déposé un film liquide sur la paroi intérieure du tube. Au centre, l'air est sous la forme d'un cylindre, et la tension de surface joue comme pour Rayleigh-Plateau: une déformation ondulatoire peut réduire la surface totale.*

Ecoulements multiphasiques

TD4: Indications

UMPC. NSF16. 2009-2010

Jérôme Hoepffner & Arnaud Antkowiak



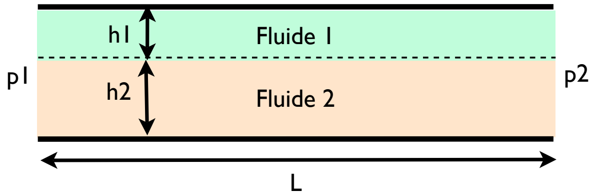
Ex2: Advection d'une fonction couleur avec VOF. Les vecteurs représentent les flux entre les cellules. S'il n'y a pas de vecteur, le flux est nul.

1) Conservation du volume dans la cellule du milieu: *f1+f2=f3: tout ce qui rentre doit sortir.*

2) *Appliquer la méthode montrée en cours: advection horizontale, reconstruction de l'interface à l'aide des fractions volumiques dans les cellules voisines, puis advection verticale et reconstruction de l'interface à l'aide de cellules voisines. Ici, on n'a pas de valeurs précises, donc on efectue ces opération de manière qualitative.*

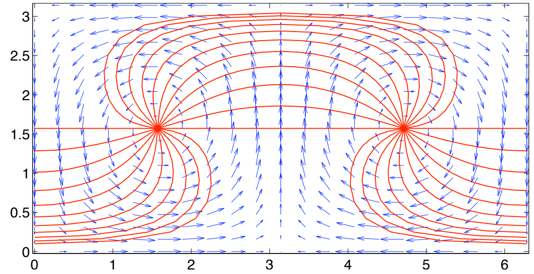
Ex3: Conditions d'interface et flux.

Calculer le flux pour un écoulement de Poiseuille plan à deux phases, avec les paramètres tels que sur la figure. Les fluides ont viscosité mu1 et mu2, les pressions en entrée et sortie sont p1 et p2.



Dans chacun des fluides, on applique les équations de Navier-Stokes, donc ici chacun des profils de vitesse est une portion de parabole. On obtient les coefficients manquants des paraboles en imposant les conditions limites: non-glissement aux parois solides, et à l'interface:

$$\mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} = \mu_2 \frac{\partial u_2}{\partial y}$$



Ex4: Advection d'une interface par un champ de vitesse.

On a le champ de vitesse:

$$u(x,y) = \sin(x)\cos(y)$$
$$v(x,y) = -\cos(x)\sin(y)$$

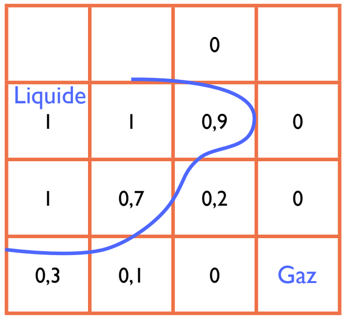
3) On suppose une interface décrite sous la forme y=f(x). Ecrivez l'equation (nonlinéaire) d'évolution de f dans le temps:

$$f_t + u(x,f)f_x = v(x,f)$$

4) Avec ce formalisme, peut-on obtenir l'evolution de l'interface comme représentée? *On ne peux pas obtenir l'évolution après l'apparition de points de rebroussement (lorsque la pente devient infinie). Par contre, avec une courbe paramétrée il n'y a pas de problème.*

5) On suppose initialement f(x,t=0)=pi/2. Montrez que on a aux temps courts (linéarisation): *Pour y=0, on a u=0. On linéarise notre équation ci dessus pour obtenir:*

$$f_t \approx v(x,0) = -\cos(x)$$
$$f(x,t) = \frac{\pi}{2} - t\cos(x)$$



Ex1: Interface et calcul de la normale avec VOF

1) *La courbe tracée en noir satisfait les valeurs du VOF dans les cases.*

2) *On peut calculer la normale avec la méthode simple dans les cases: 0.9, 0.7, 0.2 car on y connait les valeurs de VOF sur les cases des côtés, en dessus et en dessous.*

3) *Le segment d'interface dans une case a pour normale le vecteur calculé plus tôt, et est positionné de telle sorte que le VOF soit respecté dans cette case.*