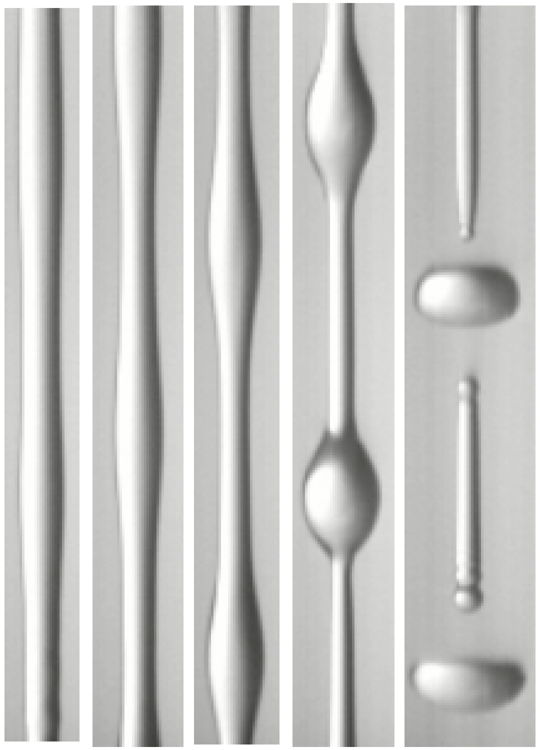
Ecoulements multiphasiques

Examen. 25 Février 2011. Durée : 3h. Aucun document autorisé, pas de calculatrice, pas de téléphone portable.
UMPC. NSF16. 2010-2011
Jérôme Hoepffner & Arnaud Antkowiak

Ex1
Les larmes de vin

Un verre contenant du vin a sa surface intérieure rapidement couverte d'un film liquide. Ce film se gorge continuellement de liquide et finit par perler en gouttelettes : ce sont les larmes de vin, illustrées ici par un cliché de John Bush (MIT).
Expliquer ce phénomène, en invoquant les effets physiques décrits en cours et en illustrant l'argumentation de croquis.



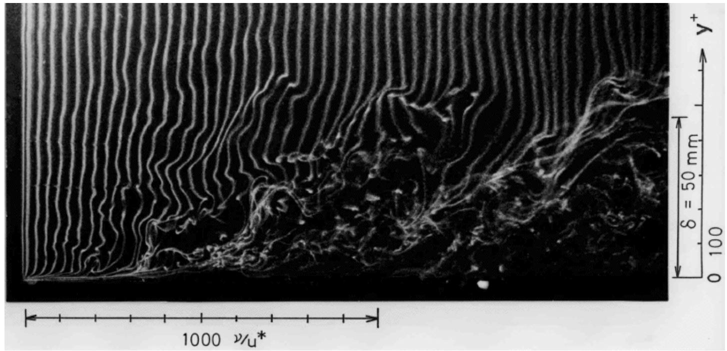
Ex2
Dimensions

1) Donner la dimension de la tension de surface dans le système MLT.
2) On cherche à construire dans la suite des échelles caractéristiques intrinsèques au fluide. À l'aide de la viscosité dynamique, de la tension de surface et de la masse volumique, construire une échelle de temps.
3) De même, construire une échelle de longueur à l'aide des mêmes quantités.
4) Grâce à ces échelles, adimensionner les équations décrivant la dynamique d'un jet fin. On rappelle ci-dessous ces équations sous forme dimensionnée (u et h désignent respectivement la vitesse et le rayon du jet, ' correspond à la différentiation suivant l'axe du jet, et kappa correspond à la courbure locale)

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+uu'\right)=-\kappa'+3\mu\frac{(u'h^2)'}{h^2}-\rho g$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}+uh'=-\frac{1}{2}hu'$$

Tournez la page pour la suite du sujet !



Ex3
Advection d'une ligne matérielle par un champ de vitesse.

On considère le champ de vitesse: $u(x,y)=y$, $v(x,y)=x$.

1) Vérifiez que ce champ est bien à divergence nulle.
2) Représentez graphiquement ce champ de vitesse.
3) On suppose une ligne matérielle dans cet écoulement, décrite sous la forme $y=f(x,t)$. Ecrivez l'equation (nonlinéaire) d'évolution de f dans le temps. Ecrivez tout d'abord l'équation générale d'évolution puis ensuite le cas particulier pour le champ de vitesse donné plus haut.
4) On considère une ligne matérielle initialement d'équation $f(x,t=0)=-y$. D'après la représentation graphique du champ de vitesse discutez comment cette ligne va se déformer dans le temps.
5) On considère maintenant une ligne matérielle initialement confondue avec l'axe des abcisses $f(x,t=0)=0$. On va considérer son évolution pour les temps courts (linéarisation). Montrez que $f(x,t<<1)=xt$.
6) On considère maintenant une ligne matérielle décrite par $x=g(y,t)$. Donner l'équation de l'évolution aux temps courts pour la condition initiale $g(y,0)=0$.

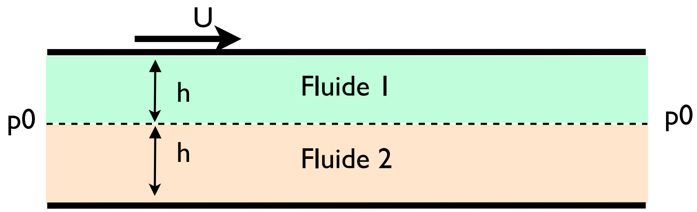
Ex4
Phénoménologie de la tension de surface.

Une interface entre deux fluides non miscibles donne lieu à une tension de surface.

Décrivez les différences et similarités entre une goutte d'eau et un ballon de baudruche rempli d'eau. Aidez-vous de croquis et de graphiques qualitatifs pour soutenir votre propos.

Ex5
Conditions d'interface et flux.

Nous considérons un écoulement de Couette plan à deux phases, avec les paramètres tels que sur la figure. Les fluides ont viscosité $\mu 1$ et $\mu 2$. La paroi supérieure à une vitesse U, et la paroi inférieure est fixe.
1) Donnez l'expression des conditions limites aux parois et les conditions d'interface.
2) Tracez l'allure du profil de vitesse dans les trois configurations:
$\mu 1 = \mu 2$, $\mu 1 >> \mu 2$, $\mu 1 << \mu 2$.
3) Donnez la valeur du flux pour ces trois configurations.
4) Donnez l'expression générale du profil de vitesse.
5) Donnez l'expression générale du flux.



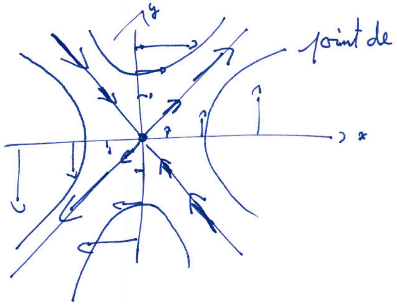
Tournez la page pour la suite du sujet !

Exam dipl. 2010 Correction

Ex 3 Advection ligne matérielle

$u = y$, $v = x$

1) $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ ok



2)

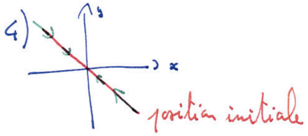
3) Voir cours :

$\boxed{f_t + u f_x = v}$

$u(x, y = f) = f$; $v(x, y = f) = x$

donc $\boxed{f_t + f f_x = x}$ équation non linéaire d'évolution pour f.

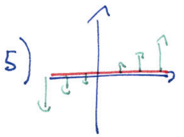
4)



cette ligne matérielle correspond à une ligne de courant, donc elle ne va pas se déformer :

$\forall t, f(x,t) = -y$

5)



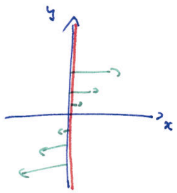
$f(x,t) = \underset{0}{\underset{\parallel}{f(x,0)}} + \varepsilon \underset{\text{petit}}{g(x,t)} \rightarrow \varepsilon g_t + \cancel{\varepsilon^2 g g_x} = x$ négligeable

$\rightarrow g_t = \frac{x}{\varepsilon}$ $\quad g = \frac{xt}{\varepsilon} + 0$

$\boxed{\text{Donc } f(x,t) = xt}$

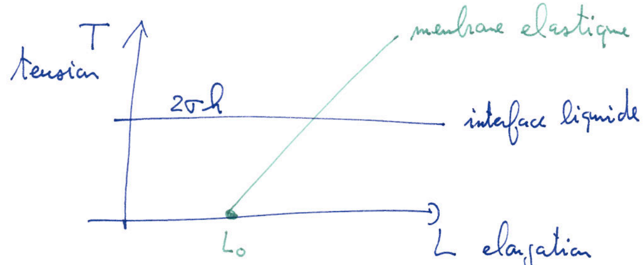
6) $x = g(y,t) \rightarrow$ Ceci correspond exactement à la configuration précédente après une rotation d'angle $\pi/2$ ou bien un échange des axes x et y.

Donc $\boxed{g(x, t \ll 1) = yt}$

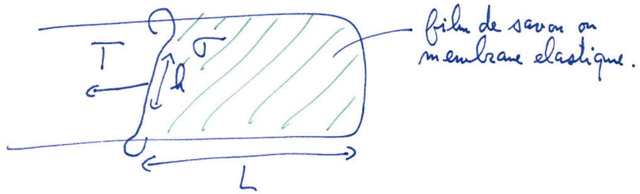


Ex 4 Tension de surface

A la surface d'une goutte d'eau, comme à la surface d'un ballon en plastique il y a une tension de surface. Elle tend dans les deux cas à déformer le liquide sous la forme d'une sphère pour réduire la surface totale. Cependant ces deux tensions se comportent très différemment sous l'effet de l'extension : pour une interface liquide la tension est constante, alors que pour une membrane élastique la tension dépend de l'élongation, et il existe une tension nulle pour une élongation nulle.

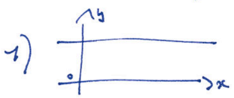


ce graphique décrit le comportement de notre système :



Ex 5 Flux diphasique

1)

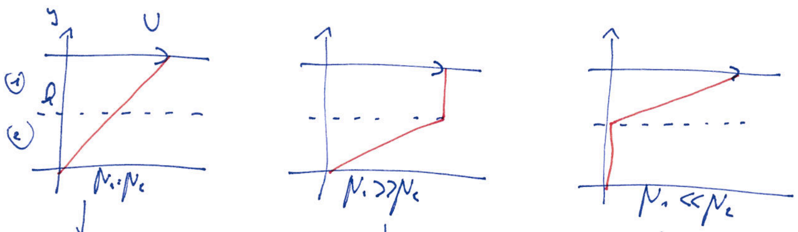


$\rightarrow u$ $\uparrow v$ $\quad v = 0$ partout $\quad$ ~~$u|_{y=0} = u|_{y=2l} = 0$~~

$\boxed{u|_{y=0} = 0}$ $\boxed{u|_{y=2l} = U}$

$\boxed{\mu_1 u^1_y = \mu_2 u^2_y}$ à l'interface.

2)



3) $Q = \frac{2l \times U}{2}$ m²/s $= lU$ $\qquad Q = Ul + \frac{Ul}{2} = \frac{3Ul}{2}$ $\qquad Q = \frac{Ul}{2}$

4) $\left.\begin{array}{l} u_2 = ay \\ u_1 = b(y-l) + al \end{array}\right\}$ a et b à déterminer

$\left.\begin{array}{l} \bullet\ u_1(y=2l) = U = bl + al \\ \bullet\ \mu_2 a = \mu_1 b \to b = \underbrace{\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)}_{m} a \end{array}\right\}$ $a = \frac{U}{l(m+1)}$, $b = \frac{mU}{l(m+1)}$

$m = 1 \Longrightarrow a = b = \frac{U}{2l}$

$m \to 0 \Longrightarrow (\mu_1 \gg \mu_2)$ $b = 0$, $a = \frac{U}{l}$

$m \to \infty \Longrightarrow (\mu_1 \ll \mu_2)$ $b = \frac{U}{l}$, $a = 0$

| Ok!

| on vérifie les 3 cas particulier de la question 2.

5) *Le flux*

$$Q = l\Big(\underbrace{\frac{al}{2}}_{\text{fluide 1}} + \underbrace{\frac{al + bl}{2}}_{\text{fluide 2}}\Big) = \frac{lU}{2(m+1)}(m+3)$$

$m = 1 \Longrightarrow Q = lU$

$m \to 0 \Longrightarrow Q = \frac{3lU}{2}$

$m \to \infty \Longrightarrow Q = \frac{lU}{2}$

| Ok!