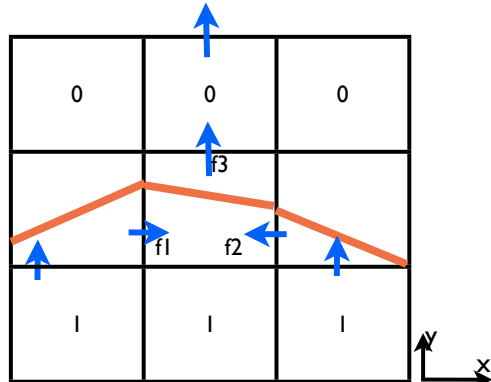


# Ecoulements multiphasiques

TD4: Dynamique des interfaces/instabilité  
UMPC. NSF16. 2011-2012  
Jérôme Hoepffner & Arnaud Antkowiak



## Ex2: Advection d'une fonction couleur avec VOF.

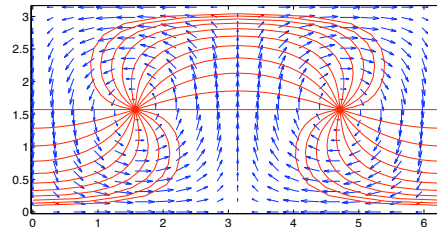
Les vecteurs représentent les flux entre les cellules. S'il n'y a pas de vecteur, le flux est nul.

- 1) Le champ de vitesse semble-t'il être à divergence nulle? Ecrire une relation entre  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  pour qu'il y ai conservation du volume dans la cellule du milieu.
- 2) Pour cette fonction couleur, tracer quatre diagrammes pour les quatre étapes successives de l'advection de l'interface: advection selon  $x$ , reconstruction de l'interface, advection selon  $y$  puis reconstruction de l'interface.

		0	
1	1	0,9	0
1	0,7	0,2	0
0,3	0,1	0	

## Ex1: Interface et calcul de la normale avec VOF

- 1) Tracer (à la main, sur cette feuille) une interface continue possible pour la fonction couleur représentée.
- 2) Pour les cellules où cela est possible: calculer la normale à l'interface avec la méthode simple du gradient (on prendra une taille de cellule  $h=0.5$  pour simplifier).
- 3) A l'aide des coordonnées de la normale, tracer les segments d'interface dans ces cellules (respectez le volume de fluide dans chaque cellule en plaçant l'interface)



## Ex3: Advection d'une interface par un champ de vitesse.

On a le champ de vitesse:

$$u(x, y) = \sin(x) \cos(y)$$

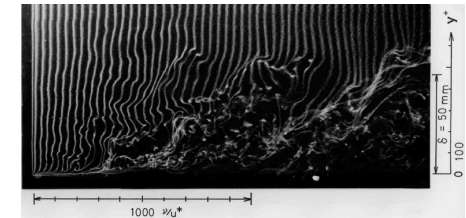
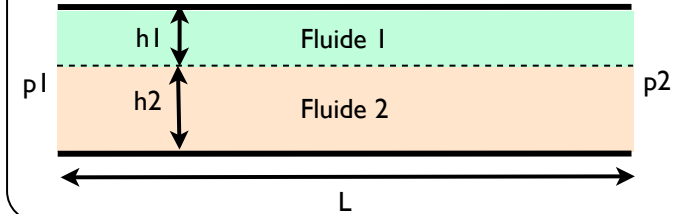
$$v(x, y) = -\cos(x) \sin(y)$$

- 1) Vérifiez que ce champ est à divergence nulle.
- 2) Vérifiez que le champ représenté est bien ce champ.
- 3) On suppose une interface décrite sous la forme  $y=f(x)$ . Ecrivez l'équation (nonlinéaire) d'évolution de  $f$  dans le temps.
- 4) Avec ce formalisme, peut-on obtenir l'évolution de l'interface comme représentée?
- 5) On suppose initialement  $f(x, t=0)=\pi/2$ . Montrez que on a aux temps courts (linéarisation):

$$f(x, t) = \frac{\pi}{2} - t \cos(x)$$

## Ex5: Conditions d'interface et flux.

Calculer le flux pour un écoulement de Poiseuille plan à deux phases, avec les paramètres tels que sur la figure. Les fluides ont viscosité  $\mu_1$  et  $\mu_2$ , les pressions en entrée et sortie sont  $p_1$  et  $p_2$ .



## Ex4 Advection d'une ligne matérielle par un champ de vitesse.

On considère le champ de vitesse:  $u(x, y)=y, v(x, y)=x$ .

- 1) Vérifiez que ce champ est bien à divergence nulle.
- 2) Représentez graphiquement ce champ de vitesse.
- 3) On suppose une ligne matérielle dans cet écoulement, décrite sous la forme  $y=f(x, t)$ . Ecrivez l'équation (nonlinéaire) d'évolution de  $f$  dans le temps. Ecrivez tout d'abord l'équation générale d'évolution puis ensuite le cas particulier pour le champ de vitesse donné plus haut.
- 4) On considère une ligne matérielle initialement d'équation  $f(x, t=0)=-x$ . D'après la représentation graphique du champ de vitesse discutez comment cette ligne va se déformer dans le temps.
- 5) On considère maintenant une ligne matérielle initialement confondue avec l'axe des abscisses  $f(x, t=0)=0$ . On va considérer son évolution pour les temps courts (linéarisation). Montrez que  $f(x, t \ll 1)=xt$ .
- 6) On considère maintenant une ligne matérielle décrite par  $x=g(y, t)$ . Donner l'équation de l'évolution aux temps courts pour la condition initiale  $g(y, 0)=0$ .