diplo 2012 séance II

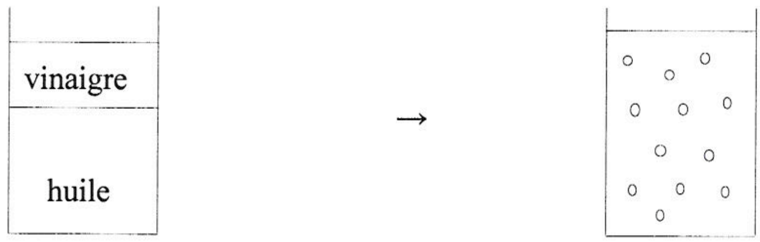
Nom	Prénom	Stage de M2 où ?		
GIEZ	Justine	Snecma	1	ex 1
MARIE	Olivier	—		
BODJONA	Serge	—		
CACHET	Florence	—		
LAGONOTTE	sylvain	IIAAT (saint pétersbourg, Russie)	2	vinaigrette
GUIGNARD	Maïté	—		
NOUHOU BAKO	Amina	—		
NOBA	Ibrahima	~~—~~	3	z bulles
RODRIGUEZ	Marcos	—		
JACQUINOD	gabriel	—		
WILLAY	PASCAL	—		
GONZÁLEZ	Jeremy	SNECMA	4	hyperbole
BORTOLUS	Dorian	Institut AéroTechnique (Saint Cyr l'École)		
DURAND	Raphaël	Institut Rond D'alembert		
ARTOIS	Clément	—		
HADJAL	Katrina	—	5	genius
LECLERC	Robin	ONERA		
FENGAL	Tarek	—		
PELISSIER	Etienne	—		
JIAN	Zhen	—	6	capatibilité mémisque
LIEU	Alice			
GIRARD	Etienne			
SIMERARO	EMANUELE	DOCTORAT		

Exercice 7 : Énergie de surface.

On cherche à calculer l'énergie de surface à fournir pour obtenir un litre de vinaigrette. La situation initiale est la suivante :
- un tiers de vinaigre
- deux tiers d'huile **V_h = 2/3 L** → $V_h = 2/3.10^{-3}$ m^3

On connait la tension de surface huile/vinaigre : **σ = 50 mJ.m²**
On veut obtenir une émulsion de gouttelettes d'huile de rayon un dixième de millimètre **r = 10^{-4} m**.

L'énergie de surface à fournir pour obtenir un litre de vinaigrette correspond à l'énergie de surface nécessaire à la formation des gouttelettes.



État initial *État final*

Nous calculons dans un premier temps E l'énergie nécessaire à la formation d'une gouttelette.

Surface d'une gouttelette

$S = 4\pi r^2$ → S = $1{,}25.10^{-7}$ m²

Volume d'une gouttelette

$V_g = \frac{4}{3}\pi r^3$ → V = $4{,}19.10^{-12}$ m^3

Énergie de formation d'une gouttelette

$E = \sigma S$ → E = $6{,}28.10^{-9}$ J.m²

Pour obtenir l'énergie de surface de réalisation de la vinaigrette, il faut calculer le nombre de gouttelettes d'huile qui peuvent être formé à partir de la quantité d'huile disponible.

$Nbr - g = \frac{V_h}{V_g}$ → Nbr-g =$1.59.10^8$

Énergie de surface de réalisation de la vinaigrette E_v

E_v = E Nbr-g = 1 J → **E_v = 1 J**

L'énergie de surface nécessaire afin obtenir un litre de vinaigrette est de 1 J.

Attention, l'énergie à fournir c'est l'énergie finale moins l'énergie initiale, si vous négligez l'énergie initiale, il faut le dire et dire pourquoi. L'énergie initiale si le récipient est de section carrée de 10cm×10cm, c'est $\sigma \times 10^{-3}$ J.

Décembre 2012

NSF16

Écoulements multiphasiques : dynamique des bulles et des gouttes

Vérifier la compatibilité des deux expressions données en cours.

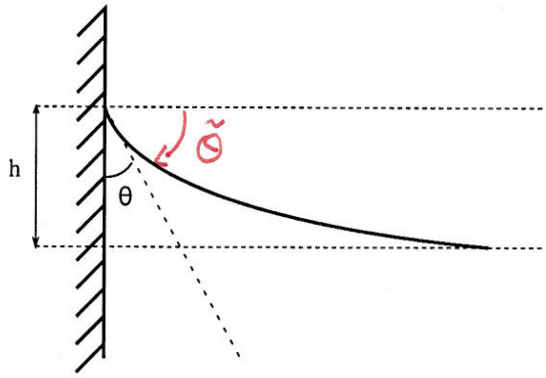


FIGURE 1 – Ménisque

Nous avons vu, en cours, que :
– dans le cas général (méthode 1), la hauteur h est telle que :

$$h(\theta) = l_c\sqrt{2}\sqrt{1-\sin\theta}$$

– pour de faibles pentes (méthode 2), l'expression de l'interface est :

$$f(x) = h\exp\left(-\frac{x}{l_c}\right)$$

avec l_c, la longueur capillaire

On cherche à montrer que le résultat donné par la méthode 1 associé à l'approximation faible pente permet de retrouver la solution de la méthode 2. Pour ce faire, nous comparerons l'expression de la hauteur $h(\theta)$.

On pose : $\theta = \tilde{\theta} + \frac{\pi}{2}$ Pourquoi faites vous ce choix ? Pour pouvoir linéariser avec $\tilde{\theta} \ll 1$

• La première méthode donne :

$$h = l_c\sqrt{2}\sqrt{1-\sin(\tilde{\theta}+\frac{\pi}{2})} \quad (1)$$
$$= l_c\sqrt{2}\sqrt{1-\cos(\tilde{\theta})} \quad (2)$$

Un développement limité permet alors d'écrire :

$$h \simeq l_c \tilde{\theta}$$

• La deuxième méthode exprime l'interface f en fonction de x : h apparaît comme un paramètre. Ainsi : $f'(x=0) = -\frac{h}{l_c}$ (1)

De plus, on note que :

- si $f'(0) \to -\infty$, alors $\tilde{\theta} \Rightarrow \cancel{\frac{\pi}{2}}$ $-\frac{\pi}{2}$
- si $f'(0) \to 0$, alors $\tilde{\theta} \Rightarrow 0$
- si $f'(0) \to \infty$, alors $\tilde{\theta} \Rightarrow +\frac{\pi}{2}$

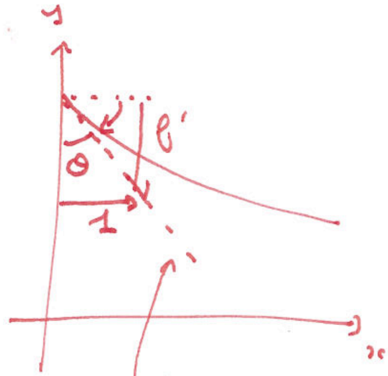
attention au signe : regardez mieux votre schéma.

Par suite, on peut écrire : $f'(0) = \tanh(-\tilde{\theta})$

De la même manière que précédemment, on trouve par un développement limité que :

$$h = l_c \tilde{\theta}$$

ceci, vous ne pouvez pas le déduire des 3 lignes précédentes, vous essayez de nous embrouiller.



tangente en $x = 0$ à f
sa pente est $f'(0)$

$\tan\theta = \frac{1}{f'}$; $\tan\tilde{\theta} = f'$

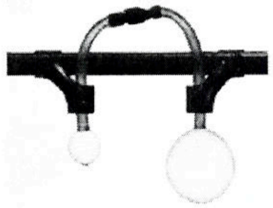
puisque $\tilde{\theta} \ll 1$, $\tan -\tilde{\theta} = \frac{\sin -\tilde{\theta}}{\cos -\tilde{\theta}} \approx -\tilde{\theta}$

$\to f' = -\tilde{\theta}$ donc $h = l_c\tilde{\theta}$ d'après (1)

Il y a deux difficultés à cet exercice :

1) la linéarisation de l'expression non linéaire
2) l'expression faible pente était écrite en fonction de h qui n'est pas une donnée physique. Ici la donnée physique c'est l'angle de mouillage θ. Cela vous fait faire de la géométrie et vous fait exprimer des angles en fonction de la pente de fonction, c'est un bon exercice de géométrie différentielle.

CORRECTION DE L'EXERCICE 1.5 - NSF16



Ex1.5: Deux bulles sont reliées par un tube. Tracez un schéma qui montre ce qui se passe, qui explique pourquoi la petite bulle se vidange dans la grande.

c'est une erreur grossière de penser que une calotte sphérique et une sphère n'ont pas le m̂ facteur de saut de pression.

La loi de Laplace stipule que la différence entre la pression intérieure et la pression extérieure d'une calotte hémisphérique est donnée par la relation suivante:

$$p_1 - p_2 = 2\frac{\gamma}{R}$$

car la bulle à deux interfaces

Pour une bulle sphérique ~~complète~~, cette relation devient $p_1 - p_2 = 4\frac{\gamma}{R}$

p_1 est la pression à l'intérieur de la bulle, p_2 la pression à l'extérieur de celle ci, γ le coefficient de tension superficielle et R le rayon de la bulle ou de la calotte hémisphérique.

D'après cette loi $P_A = P_{atm} + \frac{\cancel{2}4\gamma}{R_A}$ pour la bulle A et $P_B = P_{atm} + \frac{\cancel{2}4\gamma}{R_B}$ pour la bulle B

et donc $P_B - P_A = \cancel{2}4\gamma\left(\frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_A}\right)$ <=> $P_B - P_A = \cancel{2}4\gamma\left(\frac{R_A - R_B}{R_A R_B}\right)$. Ce qui implique comme $R_A < R_B$ que $P_B < P_A$.

La pression dans la petite bulle est donc supérieure à celle de la grande bulle.

Équation d'Euler en unidimensionel : En considérant que $\vec{V} = u\vec{ex}$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \frac{P_B - P_A}{L}$$

Pas besoin de dire cela... l'écoulement va des pressions élevées vers les pressions les plus faibles : dans le sens inverse du gradient de pression.

comme de plus on considère un écoulement incompressible $\vec{\nabla}.\vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, on a :

$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} > 0$. L'air s'écoule dans le sens positif, c'est à dire de la petite bulle à la grande bulle.

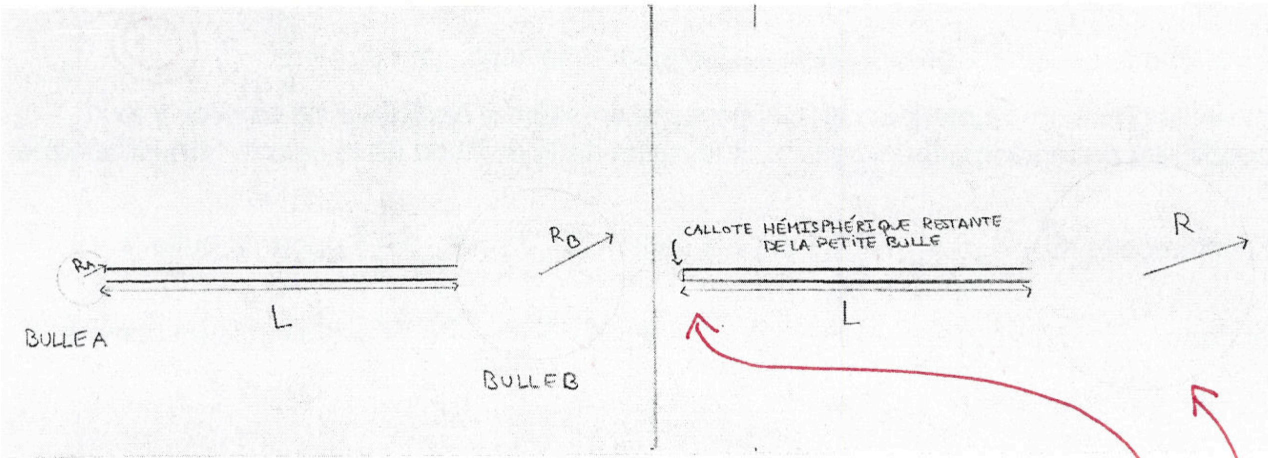
Approximation du volume final de la grande bulle

On considère que $V_{total} \approx V_A + V_B$ en négligeant le volume et la section du tuyau de liaison.

De même, on considère que $V_B = \frac{4}{3}\pi R_B^3$

En fin de réduction de la petite bulle, tout l'air a été transféré dans la grande bulle de volume V_B qui a donc augmenté de taille, de la petite bulle ne reste qu'une callote hémisphérique.

$V_A + V_B = \frac{4}{3}\pi R^3$ <=> $R = \sqrt[3]{\frac{3(V_A+V_B)}{4\pi}}$ rayon de la bulle restante.

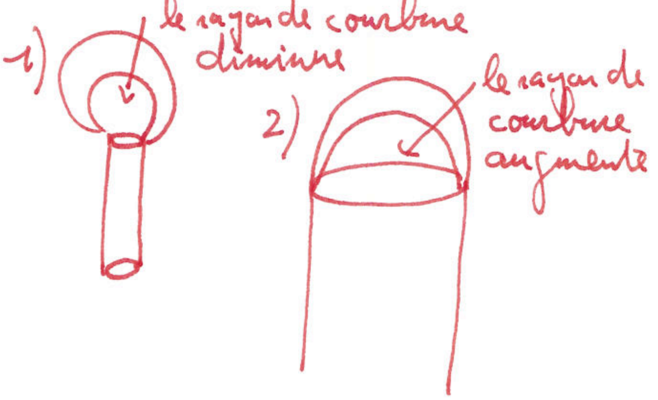


Au temps initial

Au temps final

Ceci, ce n'est pas très intéressant, par contre c'est intéressant de discuter du rayon de courbure de la petite callote restante de la petite bulle : c'est aussi R puisque la pression interne au système est constante.

→ la petite bulle ne disparait pas entièrement

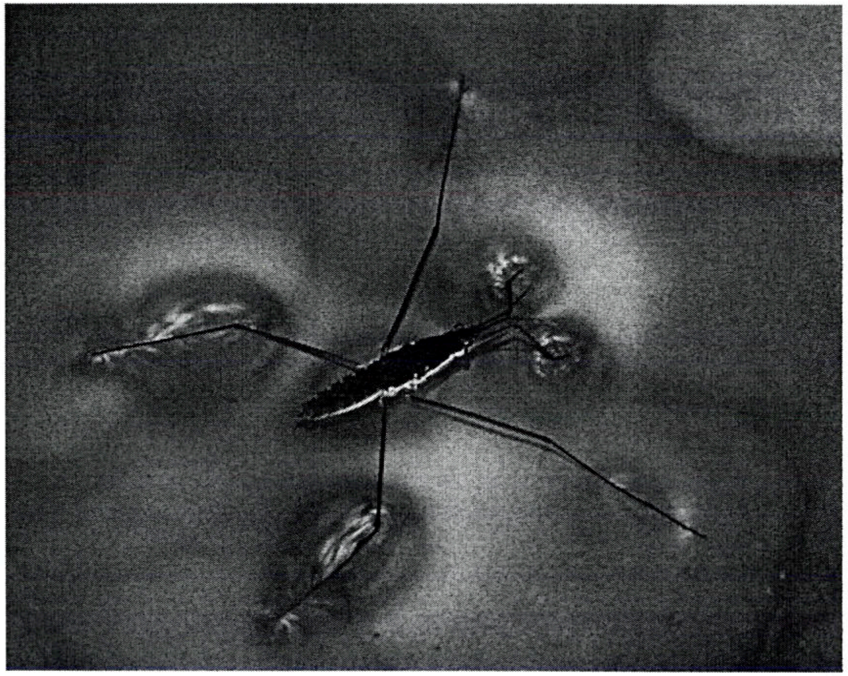


même rayon de courbure.

qui a fait ce travail ?

angle proche de π → patte très hydrophobe

pourquoi l'interface redescend ?



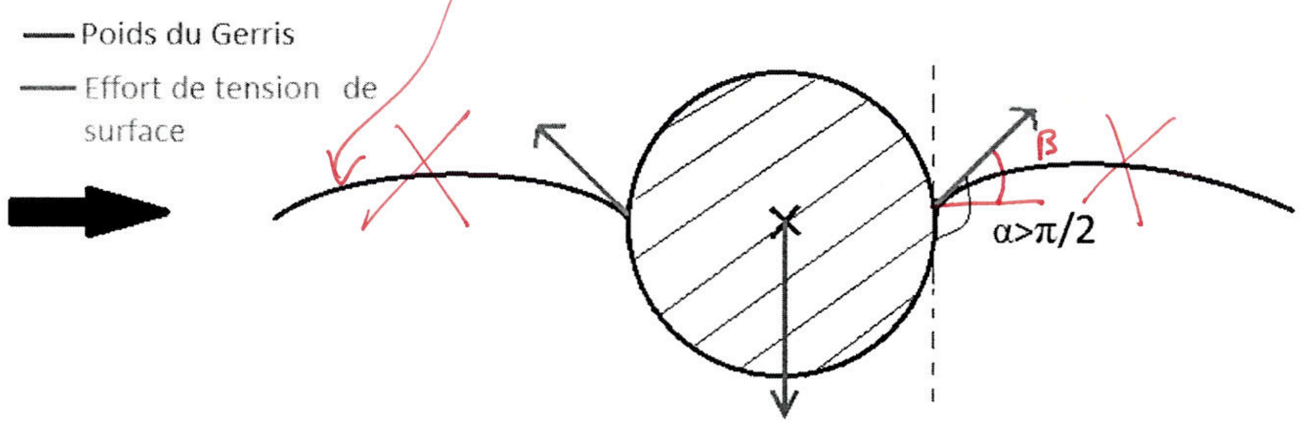


Figure: Plan de coupe d'une patte de gerris

1) Les pattes du Gerris sont très hydrophobes.
La tension superficielle de l'eau "repousse" donc les pattes.

2) ~~La courbure qui en résulte induit une surpression~~
~~L'eau porte donc le Gerris.~~

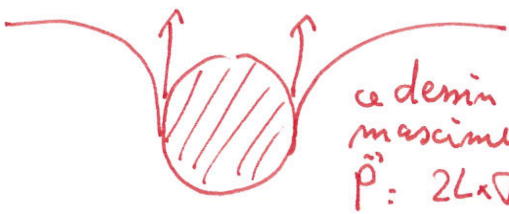
NB : Si on diminue la tension superficielle de l'eau, la surpression induite pourrait ne plus être suffisante pour porter l'insecte. On ne verra jamais un Gerris marcher sur de l'eau savonnée.

ici la patte est allongée : c'est la tension de surface qui porte le poids :

$\vec{F} = 2L \times \gamma \times \sin\beta$

2 fois la longueur des pattes en contact avec l'eau (tire de chaque côté)

projection verticale



ce dessin correspond au poids maximum du Gerris :

$\vec{P} = 2L \times \gamma \times 1$

projection verticale

si le Gerris est plus lourd, ou la tension de surface plus faible, il coule.

Montée capillaire entre deux plaques

qui a fait ce travail ?

Hypothèse : les deux plaques sont presque parallèles, l'angle alpha les séparant est donc très petit.

On part donc du principe que le fluide se comporte de façon analogue à l'expérience classique vue en cours à propos de la montée capillaire dans un tube.

Dans cette expérience la hauteur vérifie l'équation suivante :

$$z = \frac{2\sigma cos\theta}{\rho g R}$$

→ ce facteur 2 provient du fait qu'il y a deux rayons de courbure égaux pour la calotte sphérique de la montée de Jurin. Ce n'est pas le cas ici.

Avec :

- σ La tension de surface
- θ L'angle entre la tangente à la surface et l'axe du tube → angle de contact.
- R le rayon du tube
- et z !

Pour pouvoir réutiliser cette formule dans notre cas il est nécessaire de faire l'hypothèse supplémentaire que la courbure transversale du fluide (observable sur la figure) est négligeable devant la courbure longitudinale. Cette approximation n'est pas juste particulièrement dans la zone du milieu mais nous nous en satisferont. (Dans le cas contraire il faudrait faire intervenir z'' dans la courbure totale)

→ ce n'est pas clair, il faut faire un schéma :

ligne de contact entre les 2 plaques

On trouve finalement

il nous faut aussi le calcul !

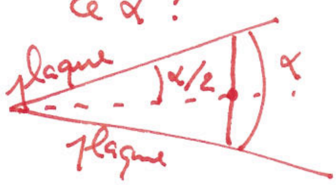
$$z = \frac{\cancel{2}\sigma cos\theta}{\rho g x tan(\frac{\alpha}{2})}$$

Soit comme alpha est petit

$$z = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}\sigma cos\theta}{\rho g x \alpha}$$

Avec : x l'abscisse du point considéré

c'est quoi ce α ?



La courbe est donc une hyperbole.

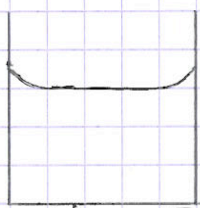
Florence CACHET
Justine GIEZ
Olivier MARIE
BODJONA Serge

NSF 16

Correction exercice 1 :

Verre de whisky sur Terre	Verre de whisky en micro-gravité
Formule de la longueur capillaire ℓ_c : $\ell_c = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$	
Ici $g \neq 0$ donc la longueur capillaire est du même ordre que la taille du système qui est un verre de whisky $\Rightarrow$ on est donc dans un système gravito-capillaire	En micro-gravité : $g \to 0 \Rightarrow \ell_c \to \infty$ donc ℓ_c très grande devant la taille du système $\Rightarrow$ on est donc dans un système capillaire

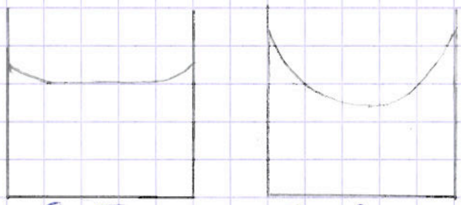
Le caractère relativement mouillant de l'alcool sur le verre entraine la formation d'un ménisque près des parois.
Il y a la même pression atmosphérique constante dans les deux cas.



Verre sur Terre

Forces entrant en jeu : force capillaire et force gravitaire	Forces entrant en jeu : uniquement la force capillaire.
Forme de l'interface : Près des parois la pression capillaire l'emporte sur la pression gravitaire (qui est constante dans tout le liquide) tandis au centre du verre, c'est l'inverse ; ceci implique que le saut de pression au niveau de l'interface n'est pas constant. $\Rightarrow$ l'interface n'est pas de forme sphérique.	Forme de l'interface : P_{atm} = constante. De même, la pression capillaire ($P_{cap} = \frac{\sigma}{\ell_c}$) est aussi constante. $\Rightarrow$ on en déduit donc que le saut de pression à l'interface est constant donc on a une interface de forme sphérique.

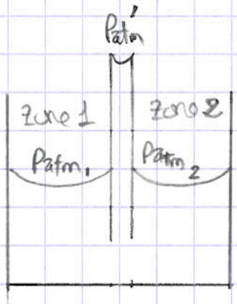
La pression atmosphérique étant plus grande que la pression dans le fluide l'interface sera donc de forme concave



Sur Terre En micro-gravité

A moins de donner une impulsion au verre, le whisky ne sortira pas du verre en apesanteur.

2°) Dans l'expérience de Jurin, la hauteur de montée capillaire z est définie par : $z = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g R}$. Or en micro-gravité, g est petit donc z va être beaucoup plus grand en micro-gravité que dans le cas sur Terre. Le fluide monte jusqu'en haut du tube.



OK.

D'après la question précédente, en micro-gravité, l'interface est de forme sphérique donc au niveau des zones 1 et 2, il y aura des interfaces sphériques et concave or $P_{atm}' = P_{atm_1} = P_{atm_2}$ et la pression du fluide dans le verre et dans le tube est la même donc l'interface est de même forme

Attention : c'est à cause de l'angle de contact que l'interface est concave, c'est parce que le contact whisky-verre est mouillant, le rapport des pression interne / atmosphérique est une conséquence de cela et pas une cause.