

**LICENCE DE MECANIQUE
LA 301 - MATHEMATIQUES
TRAVAUX DIRIGES N°3**

I

Trouver, si elles existent, les fonctions holomorphes ayant pour partie réelle $P(x, y)$ telle que

$$1^\circ) P(x, y) = \frac{\sin 2x}{\operatorname{ch} 2y - \cos 2x}$$

$$2^\circ) P(x, y) = x + x^2 + y^2$$

$$3^\circ) P(x, y) = \cos x \operatorname{ch} y$$

II

Si (x, y) désigne les coordonnées cartésiennes du plan complexe, écrire les conditions de Cauchy à l'aide des coordonnées curvilignes r et θ (coordonnées polaires) définies par

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$$

III

1°) Trouver une fonction holomorphe f sachant que

$$\arg[f(z)] = \varphi(xy) \quad f(0) = \alpha \neq 0 \quad f''(0) = \beta$$

2°) Trouver les fonctions holomorphes f sachant que

$$\Re[f(z)] = \varphi(x) + \psi(y)$$

où φ et ψ sont des fonctions de classe C^2 .