Matlab: applications en mécanique

LA207, Université Pierre et Marie Curie.

2.1 TP1: une prise en main

Dans ce TP, nous mettons en place des pratiques de base qui vont nous servir plus tard dans les TP en contexte mécanique.

Compétences techniques: Matlab comme une calculatrice; Tableaux: construction, et accès aux éléments; la fonction `plot`; boucles `for` ; Créer votre compte-rendu; insérer les figures dans le compte-rendu; Rendre votre compte-rendu sur le site "Australe". Contexte pour la partie "Etude": calculer une approximation de π par des séries.

2.1.1 Manipulations

Dans les questions qui suivent, tapez à l'invite de Matlab les lignes suivantes les unes après les autres (et dans l'ordre...). Observez bien les résultats, essayez de les comprendre, et construisez ainsi une pratique intuitive de l'environnement de programmation. Les phrases que l'on vous demande de rédiger doivent être écrites dans le compte-rendu.

1. Créez un répertoire nommé "TP1" sur l'ordinateur. Avec openoffice sous Linux ou powerpoint sous Windows, créez un nouveau document que vous sauverez dans ce répertoire, avec une page de présentation avec les noms/numéros d'étudiants et le nom de votre encadrant TP.

2. Calculatrice, variables scalaires, premiers tableaux

```
    >> 5
    >> 2+5
(1) >> a=10
    >> a
    >> disp(a)
(2) >> a+5
    >> b=a+5
    >> b=a+5;
    >> c=[1,-2,7,0,10]
    >> 2*c
    >> d=[1;2;3;4;5]
    >> size(a)
(3) >> size(c)
    >> whos
(4) >> c(3)
    >> d(1)+d(2)+d(3)+d(4)+d(5)
    >> c(1)=0
```



```
    >> e=[0, 0; 0, 0]
    >> pi
(5) >> cos(2*pi)
    >> 2^3
```

Pour les lignes qui sont numérotées `(1), (2), ...` Décrire dans votre compte-rendu en une phrase ce que ces commandes font, exemple pour `(1)`: "la variable `a` est créée, et reçoit le scalaire 10, puis la valeur de `a` est affichée à l'écran"; pour `(2)`: "la valeur contenue dans la variable `a` est additionnée à 5 et le résultat est affiché à l'écran".

3. Messages d'erreur. Tapez l'une après l'autre les commandes suivantes, qui contiennent des erreurs, lisez les messages d'erreur.

```
(0) >> toto
    >> c(6)
(1) >> c+d
(2) >> f=[0, 0 ; 0]
    >> size
```

Pour les commandes `(1)` et `(2)`, expliquez en une phrase l'erreur. Par exemple pour `(0)`: "il n'existe pas de variable nommée `toto`, donc je ne peux pas afficher sa valeur à l'écran".

4. Boucle `for`. Tapez l'une après l'autre les commandes suivantes à l'invite de Matlab:

```
(0) >> for ind=1:10; disp(ind); end
    >> a=0; for ind=1:10; a=a+ind; disp(a); end
(1) >> a=1; for ind=1:2:10; a=a*ind; disp(a); end
```

Décrivez en une phrase ce que fait la commande `(1)`. Par exemple pour `(0)`: "pour la variable `ind` allant de 1 à 10 par pas de 1, on affiche à l'écran la valeur de cette variable".

5. Nous allons maintenant voir les tableaux en plus de détails. Tapez les commandes suivantes

```
(0) >> a=[0,0; 0,0]
    >> a(2,2)=1
(1) >> a(1,1)=a(2,2)
(2) >> b=[a,a]
    >> c=[0*a, a, 2*a, 3*a]
```

et expliquez en une phrase ce que font les commandes `(1)` et `(2)`. Par exemple pour `(0)`: "On construit la matrice `a` avec deux colonnes et deux lignes remplies de zéros".

6. Fonctions mathématiques: tapez ces commandes et observez le résultat.

```
>> sin(2.5)^2+cos(2.5)^2
>> exp(log(3))
>> sqrt(-1)
```

7. Quelques fonctions associées aux tableaux

```
(0) >> x=linspace(0,2*pi,10)
(1) >> y=0:0.5:10
    >> max(x)
    >> min(x)
    >> sum(x)
(2) >> prod(x)
    >> sin(x)
    >> x=logspace(-2,2,5)
```

   expliquez ce que font les commandes `(1)` et `(2)`. Par exemple pour `(0)`: "On crée le vecteur `x` de taille une ligne et 10 colonnes, qui contient 10 valeurs équiréparties entre 0 et 2π".

8. Graphiques avec la fonction `plot`. Tapez les commandes suivantes

```
(0) >> plot([0,1],[1,0],'k*-')
    >> xlabel('x'); ylabel('y'), title('joli graph')
    >> xlim([-1,2]); ylim([-1,2])
(1) >> x=linspace(0,4*pi,30); plot(x,sin(x),'r*--')
```

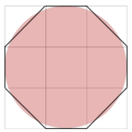
   Expliquez en une phrase la commande `(1)`. Par exemple pour `(0)`: "On trace une ligne continue de couleur noire entre les points de coordonnées $(0,1)$ et $(1,0)$, on visualise chacun des deux points avec une astérisque".

9. Enregistrer votre figure comme une image: A l'aide du menu déroulant "Fichier", sauver votre figure sur le disque sous un format d'image, puis insérez cette image dans votre compte-rendu.

10. Chercher dans l'aide matlab: expliquer ce que fait la fonction `factorial`. Chercher dans la documentation le nom de la fonction qui arrondi un nombre réel à l'entier inférieur. (arrondi π à 3 par exemple).

2.1.2 Etude

Pour tous les cercles, il existe un rapport constant entre le périmètre et le diamètre, et entre l'aire et le carré du rayon. Cette constante a été nommée π.



Dans l'illustration, le disque a pour diamètre 9. L'aire du disque est légèrement supérieure à l'aire de l'octogone irrégulier obtenu en rognant les coins

du carré de côté 9. Cet octogone a pour aire 63, l'aire du disque est alors évaluée à 64 soit l'aire d'un carré de côté 8. On en tire:

$$\pi \approx \frac{A}{r^2} = \frac{64}{(9/2)^2} = \frac{256}{81} \approx 3.1601$$

Cette approximation nous vient d'un ancien papyrus égyptien (cf. Wikipedia).

Les développements limités nous offrent une méthode itérative pour calculer les décimales de π. Par exemple:

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{2k+1}$$

1. Nous allons utiliser ce développement limité pour calculer une approximation de π, Sachant que $\arctan(1) = \pi/4$, écrivez une boucle `for` qui calcule la valeur de

$$P(n) = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + \frac{(-1)^n}{2n+1} = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

   pour un entier n donné.

2. Insérez votre script avec des commentaires dans votre compte-rendu. Vous donnerez également les valeurs numériques de $p(5), p(10), p(100)$ ainsi que les cinq premières décimales de la constante π.

3. Remettez votre compte-rendu sur Australe: chaque étudiant du groupe doit remettre le compte-rendu. Vous signerez la feuille de présence une fois confirmé auprès de votre encadrant TP que votre compte-rendu est remis. Si vous n'avez pas accès à l'onglet LA207 ou bien à "Mon UPMC", manifestez vous auprès de votre encadrant de TP.

2.1.3 Pour aller plus loin

Voici une autre formule:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103 + 26390k)}{(k!)^4 396^{4k}}$$

Attention! Cette formule, qui est due au mathématicien indien Ramanujan, converge extrêmement rapidement...

Sauriez-vous coder celle ci?

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} \times \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}} \times \ldots$$