bullevidange.tif

Intervalle de temps Δt

Prises de vue successives

Matlab : applications en mécanique. LA207

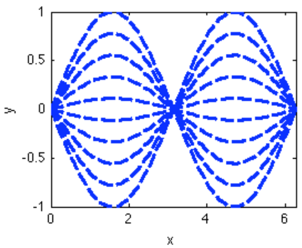
Université Pierre et Marie Curie.
Licence de mécanique.
Examen final, 2013.
Sujet du matin.

Ex1 Compétences générales

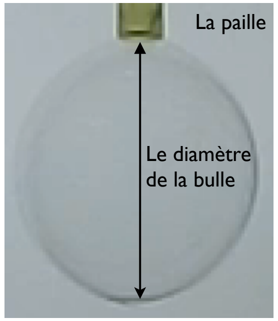
1) Tracez la courbe paramétrée («Ovale de Fagnano», cf mathcurve.com) pour le paramètre t allant de 0 à 2π, pour a=1 et pour quatre valeurs de b : 1, 0.7, 0.4, 0.1 (superposez les quatre courbes):

$$\begin{cases} x = b\dfrac{ab\cos t}{b^2\cos^2 t + a^2\sin^2 t} \\ y = a\dfrac{ab\sin t}{b^2\cos^2 t + a^2\sin^2 t} \end{cases}$$

2) Ecrivez un code matlab qui reproduit qualitativement la figure ci dessous (une superposition de plusieurs courbes simples) :



Ex2 Vidange d'une bulle



Une bulle de savon se comporte de manière analogue à un ballon de baudruche: il y a à sa surface une «tension de surface» qui ressemble à la tension de la membrane élastique du ballon. L'expérience que nous étudions est la vidange d'une bulle de savon à travers une paille. Comme la surface est sous tension, il y a une surpression à l'intérieur de la bulle qui fait que cette bulle se vidange à travers le tuyau de la paille dès qu'on débouche ce tuyau. Une théorie d'analyse dynamique de cette situation nous donne la formule suivante pour l'évolution dans le temps du rayon de la bulle r(t):

$$r(t) = r_0(1 - t/T)^\alpha$$

Ou r_0 est le rayon initial de la bulle, T est la durée de la vidange, et la valeur de α est inconnue. Nous allons étudier ce phénomène en comparant notre expérience à cette théorie.

1) Lisez l'image bullevidange.tif et affichez là dans une fenêtre graphique.
2) Calculez la taille d'un pixel de l'image en prenant pour étalon de longueur le diamètre initial de la bulle qui est de 0.05 mètres.
3) Le vecteur temps: Le film est pris à 24 prises de vue par seconde. Construisez le tableau «tvec» qui contient les valeurs successives du temps en secondes pour notre séquence d'images.
4) Avec la fonction ginput, mesurez les valeurs successives de r(t). La dernière image correspond à un diamètre nul: on voit juste une goutte qui tombe.
5) Tracez le graphique de r (en mètres) en fonction de t (en secondes). Annotez votre graphique: labels et titre. Voici notre courbe expérimentale.

Nous allons maintenant comparer ce graphique expérimental avec la formule théorique.

6) Superposez la courbe expérimentale avec la formule théorique pour α =0.5. Cette valeur est-elle trop grande ou trop petite? Justifiez votre réponse en décrivant le graphique.
7) De proche en proche, estimer la valeur de alpha avec deux chiffres significatifs. Tracez le graphique correspondant.
8) Superposez la courbe expérimentale avec la formule théorique pour 10 valeurs de α entre 0.02 et 1.
9) Maintenant, une dernière manière pour estimer alpha: pour chaque valeur successive de α entre 0.1 et 0.5, calculez l'erreur E au sens des moindres carrés entre la courbe expérimentale et la courbe théorique. Cette erreur est la somme des carrés de l'erreur entre la valeur expérimentale et la valeur théorique (Voir figure 2 ci-contre). Tracez la courbe de E en fonction de α et déduisez-en la valeur de alpha permettant d'approcher au mieux la courbe expérimentale au sens des moindres carrés.

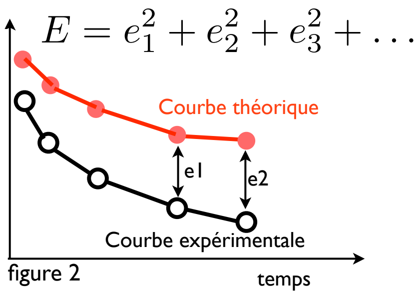
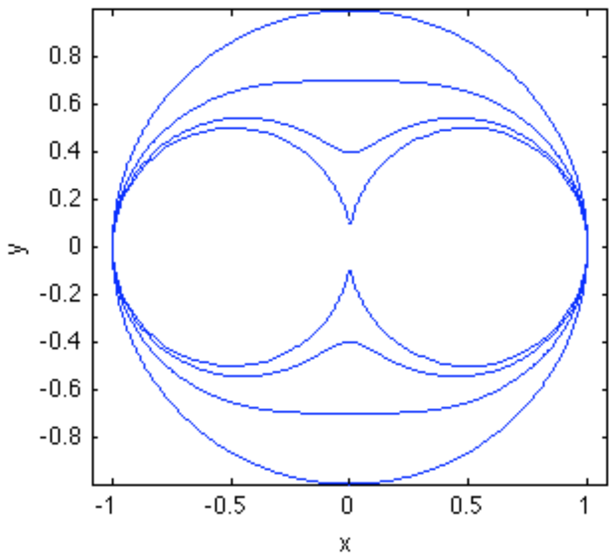


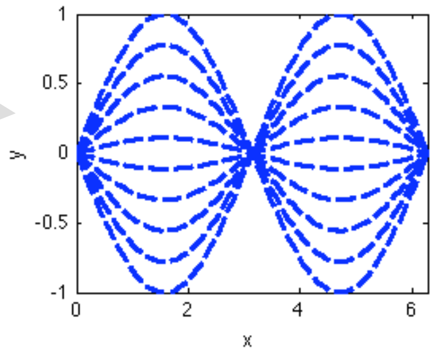
figure 2

Ex 1 Compétences générales

```
% la fonction paramétrée
for b=[0.1,0.4,0.7,1]
t=linspace(0,2*pi,1000);
a=1;
x=b*a*b*cos(t)./(b^2*cos(t).^2+a^2*sin(t).^2);
y=a*a*b*sin(t)./(b^2*cos(t).^2+a^2*sin(t).^2);
plot(x,y);
hold on;
end
axis equal
xlabel('x'); ylabel('y')
```

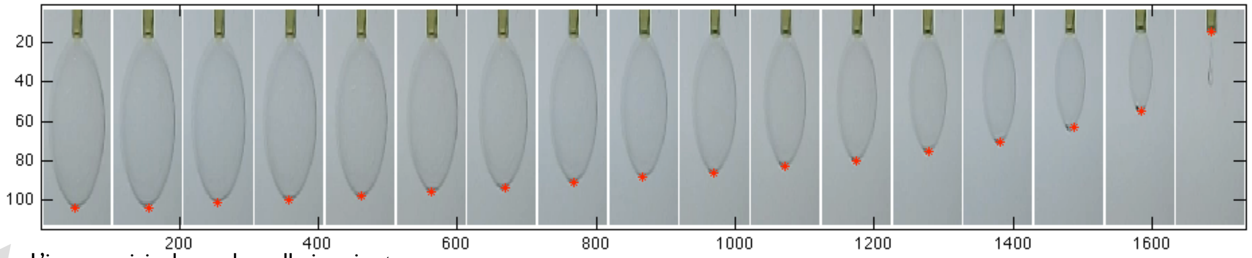



```
% la courbe à reproduire
x=linspace(0,2*pi,100);
for t=linspace(-1,1,10);
    plot(x,t*sin(x),'b--','linewidth',2)
    hold on
end
xlim([0;,2*pi])
xlabel('x'); ylabel('y')
```

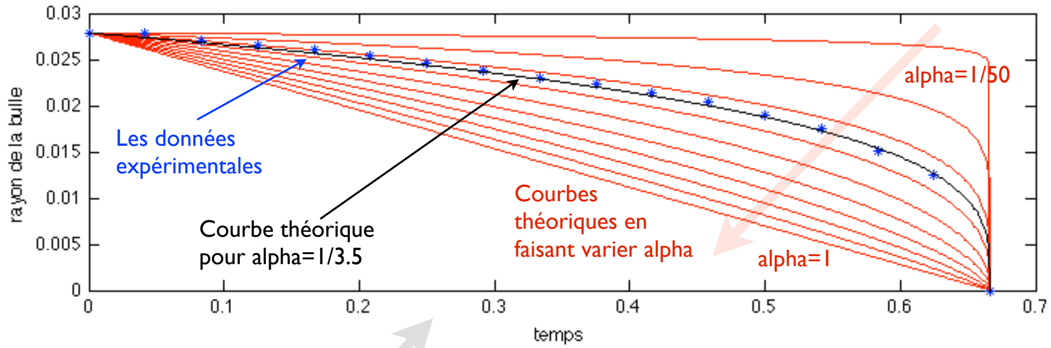


Ex2 Vidange de la bulle

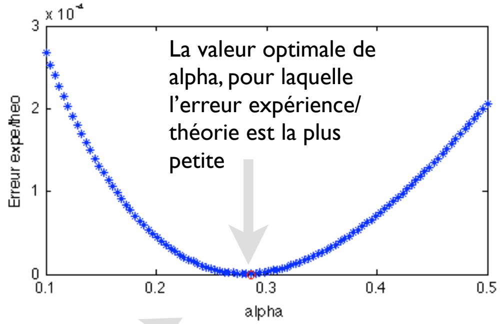
```
clear all; clf

%lecture et affichage de l'image
subplot(3,1,1);
a=imread('bullevidange.tif');
image(a)

% les points de mesure pris avec ginput
d=1000*[  0.0506    0.1040
    0.1561    0.1036
    0.2547    0.1010
    0.3583    0.0998
    0.4621    0.0979
    0.5623    0.0960
    0.6695    0.0937
    0.7680    0.0907
    0.8666    0.0884
    0.9686    0.0861
    1.0723    0.0830
    1.1744    0.0800
    1.2780    0.0754
    1.3818    0.0708
    1.4871    0.0632
    1.5840    0.0548
    1.6861    0.0148];
hold on;
% on trace les points de mesure sur l'image originale
plot(d(:,1),d(:,2),'r*');

% le changement de référentiel
r=d(:,2);
taillepix=0.05/80;
r=(r-r(end))/2*taillepix;

% le vecteur du temps pour les mesures
tvec=(0:16)/24;


% tracé de l'évolution du rayon
% comparé avec la formule théorique
% en faisant varier alpha
subplot(3,1,2);
```



L'image originale sur laquelle je rajoute mes points de mesure avec des points rouges.




```
% vecteur du temps pour la théorie
t=linspace(0,tvec(end),500);
tau=tvec(end);
R0=r(1);

% boucle pour faire varier alpha
% et tracer expé/théo
alphavec=linspace(1/50,1,10);
for alpha=alphavec

% la formule théorique
rtheo=R0*(1-t/tau).^alpha;
plot(tvec,r,'b*',t,rtheo,'r-')
hold on
end
xlabel('temps'); ylabel('rayon de la bulle')

% on rajoute une courbe pour le meilleurs alpha
rtheo=R0*(1-t/tau).^(1/3.5);
plot(t,rtheo,'k-')


subplot(3,1,3)
% la boucle pour calculer l'erreur au sens des moindres carrés
alphavec=linspace(0.1,0.5,100);
for alpha=alphavec

% la formule théorique
rtheo=R0*(1-tvec/tau).^alpha;
err=sum((r-rtheo').^2);
plot(alpha,err,'b*')
hold on
end
xlabel('alpha'); ylabel('Erreur expe/theo')

plot(1/3.5,0,'ro')
```



Matlab : applications en mécanique.
LA207

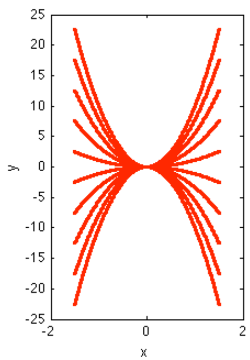
Université Pierre et Marie Curie.
Licence de mécanique.
Examen final, 2013.
Sujet de l'après-midi.

Ex1 Compétences générales

1) Tracez un graphique qui montre la convergence de la série suivante (somme de l'inverse des puissances de 2):

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\cdots=2.$$

2) Ecrivez un code matlab qui reproduit qualitativement la figure ci dessous (superposition de plusieurs courbes simples) :



$$E=e_1^2+e_2^2+e_3^2+\ldots$$

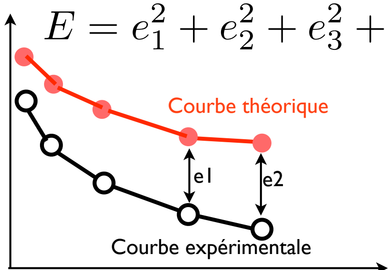
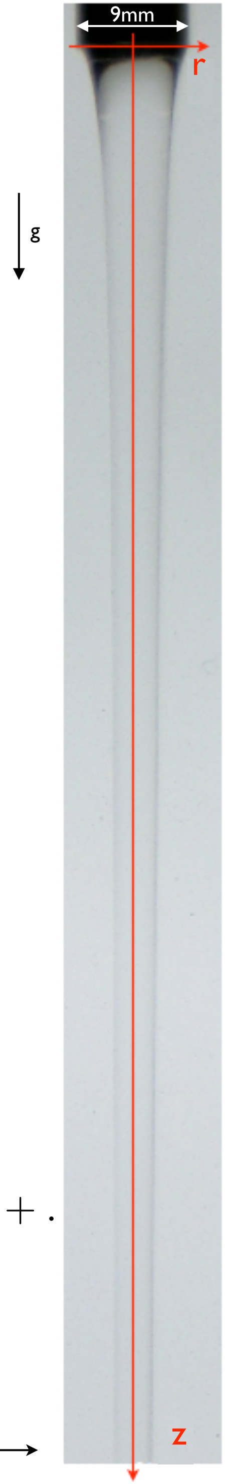


figure 2



Le robinet

Ex2 Filet d'eau du robinet

Lorsque un filet d'eau coule du robinet, les particules fluides sont en chute libre et accélèrent donc progressivement. Cependant le débit à travers une surface horizontale est constant, donc le filet doit s'affiner: son rayon diminue à mesure que l'on s'éloigne de la buse du robinet. De cette description, nous pouvons déduire une formule théorique de la décroissance de *r(z)* :

$$r(z)=r_0(1+2gz/u_0^2)^{-1/4}$$

Où r_0 est le rayon initial du filet (à *z=0*), *g=9.8* est l'accélération de la gravité, et u_0 est la vitesse du fluide en sortie du robinet. La valeur de u_0 est inconnue. Nous allons étudier ce phénomène en comparant notre expérience à cette théorie.

1) Lisez l'image filetdeau.png et affichez-la dans une fenêtre graphique.
2) Avec la fonction ginput, mesurez les valeurs successives de *r(z)*.
3) Tracez vos points de mesures sur l'image originale.
4) Calculez la taille d'un pixel de l'image en prenant pour étalon de longueur le diamètre du robinet qui est 9 millimètres.
5) Opérez le changement de référentiel de sorte à tracer le graphique de *r* (en mètres) en fonction de z (en mètres). Annotez votre graphique : labels et titre. Voici notre courbe expérimentale.

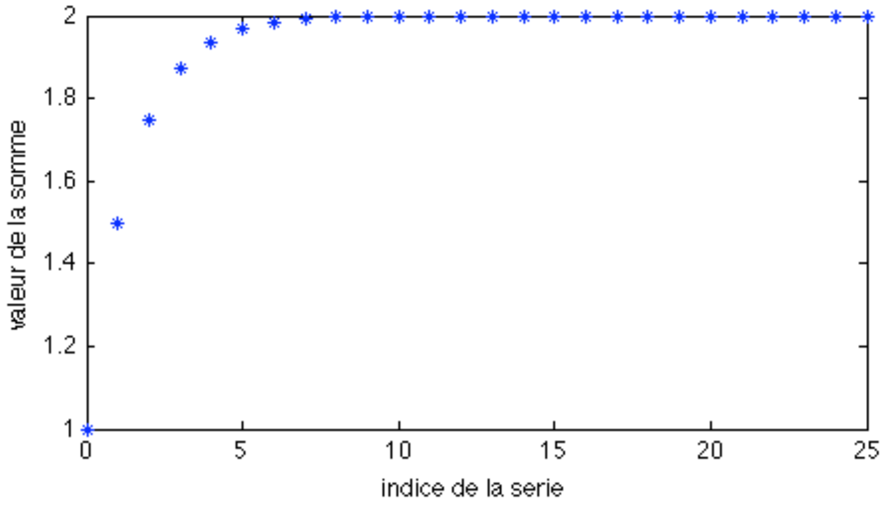
Nous allons maintenant comparer ce graphique expérimental avec la formule théorique.

6) Superposez la courbe expérimentale avec la formule théorique pour u_0 =0.3m/s. Cette valeur est elle trop grande ou trop petite? Justifiez votre réponse en décrivant le graphique.
7) De proche en proche, estimez la valeur de u_0 avec deux chiffres significatifs. Tracez le graphique correspondant.
8) Superposez la courbe expérimentale avec la formule théorique pour 10 valeurs de u_0 entre 0.1 et 0.5m/s.

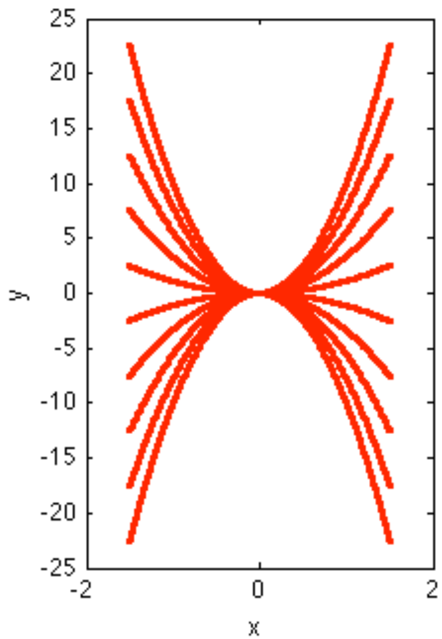
9) Maintenant une dernière manière pour estimer u_0 : pour chaque valeur successive de u_0 entre 0.1 et 0.5m/s, calculez l'erreur E au sens des moindres carrés entre la courbe expérimentale et la courbe théorique. Cette erreur est la somme des carrés de l'erreur entre la valeur expérimentale et la valeur théorique (Voir figure 2 ci-contre). Tracez la courbe de E en fonction de u_0 et déduisez-en la valeur de u_0 permettant d'approcher au mieux la courbe expérimentale au sens des moindres carrés.

Ex I Compétences générales

```
% convergence de série:
s=0
for ind=0:25
    s=s+1/(2^ind);
    plot(ind,s,'b*'); hold on
end
xlabel('indice de la serie')
ylabel('valeur de la somme')
```



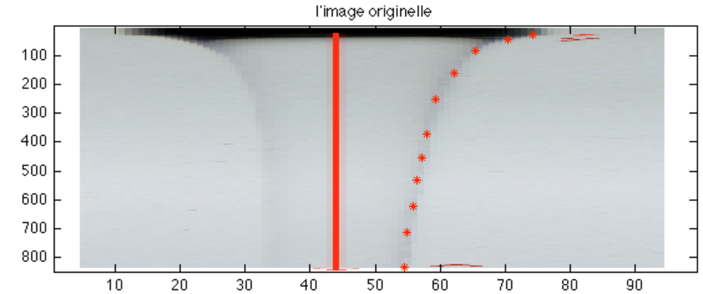

```
% la courbe à reproduire
x=linspace(-1.5,1.5,500);
for alpha=linspace(-10,10,10);
    plot(x,x.^2*alpha,'r-','linewidth',2);
    hold on
end
xlabel('x'); ylabel('y')
```

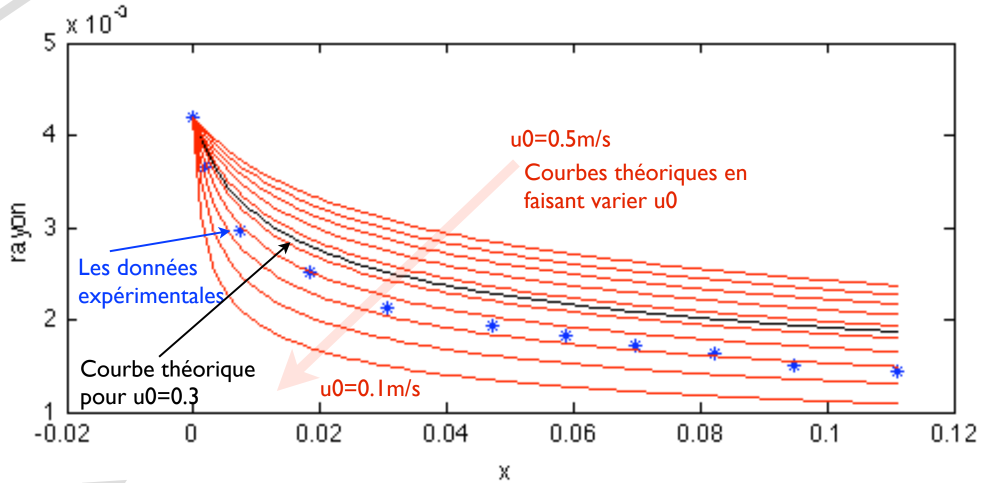


Ex2 Filet d'eau du robinet

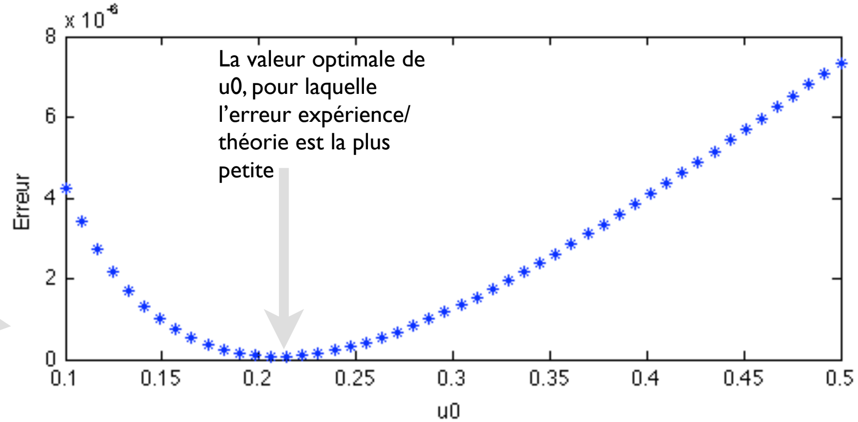
```
clear all; clf

%lecture et affichage de l'image
subplot(3,1,1);
a=imread('filetdeau.png');
image(a)

% les points de mesure pris avec ginput
d=[   74.2353   28.4741
   70.3748   43.8325
   65.3990   84.4224
   62.2249  162.3111
   59.3938  251.1701
   58.0212  370.7458
   57.1633  454.1197
   56.3912  534.2025
   55.7907  624.1585
   54.8471  714.1145
   54.4181  832.5931];
hold on;
% on trace les points de mesure sur l'image originale
plot(d(:,1),d(:,2),'r*');
title('l''image originelle');

% le changement de référentiel
taillepix=0.009/(76-11);
x=taillepix*(d(:,2)-30);
r=taillepix*(d(:,1)-44);

subplot(3,1,2)
% graphique des points expérimentaux
plot(x,r,'b*')
xlabel('x'); ylabel('rayon')


% la théorie pour une valeur donnée de u0
r0=r(1);
g=9.81;
xx=linspace(0,x(end),100);
hold on
u0=0.3
rtheo=r0*(1+2*g*xx/u0^2).^(-1/4)
plot(xx,rtheo,'k-');

% la théorie pour plusieurs de valeurs de u0
for u0=linspace(0.1,0.5,10)
rtheo=r0*(1+2*g*xx/u0^2).^(-1/4);
plot(xx,rtheo,'r-');
end

% mesure de l'erreur
subplot(3,1,3);
for u0=linspace(0.1,0.5,50)
rtheo=r0*(1+2*g*x/u0^2).^(-1/4);
err=sum((r-rtheo).^2);
plot(u0,err,'b*');
hold on
end
xlabel('u0'); ylabel('Erreur')
```

L'image originale sur laquelle je rajoute mes points de mesure avec des points rouges.





La comparaison entre les données expérimentales et la formule théorique



Matlab : applications en mécanique. LA207

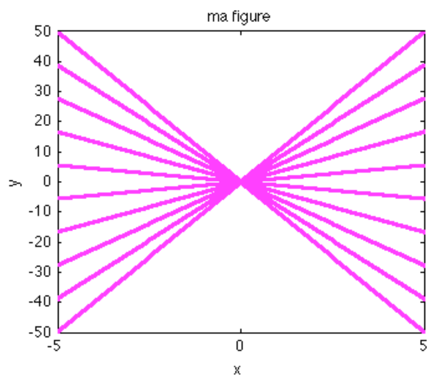
Université Pierre et Marie Curie.
Licence de mécanique.
Examen final, 2013.
Sujet de rattrapage

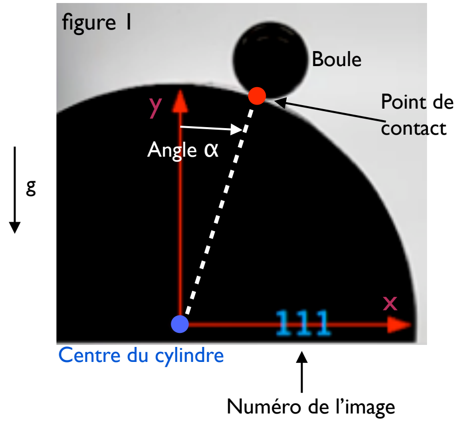
Ex1 Compétences générales

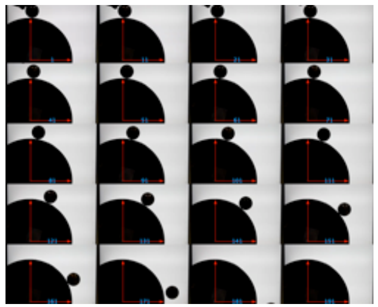
1) Tracez un graphique qui montre la convergence de la série suivante (somme alternée de l'inverse des nombre impairs, c'est la formule de Leibniz pour calculer pi):

$$\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\cdots=\frac{\pi}{4}.$$

2) Ecrivez un code matlab qui reproduit qualitativement la figure ci dessous (une superposition de plusieurs courbes simples) :







Evolution dans le temps de la position de la boule: image: boulecylindre.tif

Ex2 Boule sur cylindre

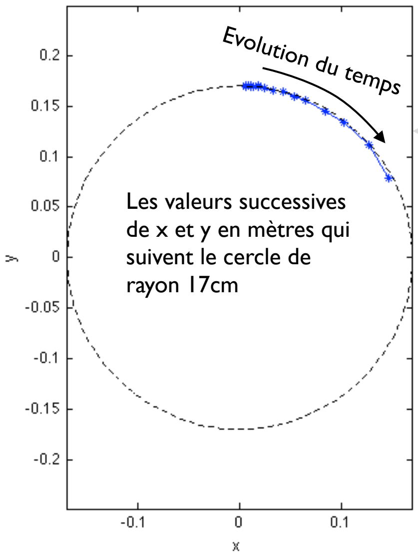
Une boule roule sur un cylindre. Si on la pose exactement au sommet, la boule reste en équilibre instable: elle ne bouge pas, mais cependant à la moindre perturbation, elle se met à rouler de plus en plus vite. C'est un cas typique d'instabilité. On mesure la position de la boule grâce à l'angle α que fait avec la verticale la ligne qui lie le point de contact et le centre du cylindre (voir figure 1 ci dessus). En supposant que α soit assez petit pour pouvoir linéariser les équations de l'inertie pour la boule, on prédit une croissance exponentielle de α dans le temps:

$$\alpha(t)=\alpha_0 \exp(Kt)$$

Où α_0 est l'angle initial et K est le taux de croissance exponentiel que nous allons mesurer sur nos données expérimentales.

1) Lisez l'image boulecylindre.tif et affichez-la dans une fenêtre graphique.
2) Avec la fonction ginput, mesurez les positions successives (xc,yc) du point de contact. On ne prend pas en compte les images pour lesquelles la boule ne touche plus le cylindre. Tracez ces points de mesure sur l'image originelle avec un marqueur rouge pour vérifier que ces mesures sont bien prises.
3) Avec la fonction ginput, mesurez les positions successives du centre du référentiel (x0,y0). Tracez ces points de mesure sur l'image originelle avec un marqueur bleu pour vérifier que ces mesures sont bien prises.

4) Calculez la taille d'un pixel de l'image en prenant pour étalon de longueur le rayon du cylindre qui est 17cm.
5) Le vecteur temps: Le film est pris à 300 prises de vue par seconde. Et le numéro des prises de vue est indiqué sur l'image. Construisez le tableau «tvec» qui contient les valeurs successives du temps en secondes pour notre séquence d'images.
6) Opérez au changement de référentiel de sorte à tracer l'évolution de xc et yc (en mètres) en fonction du temps (en secondes). Sur ce graphique on voit que le point de contact se déplace sur un cercle de rayon 17cm.



7) Grâce à vos mesures de x et y, tracez l'évolution de l'angle α dans le temps (vous pouvez calculer l'angle α grâce à la trigonométrie). Annotez votre graphique: labels et titre. Voici notre courbe expérimentale.

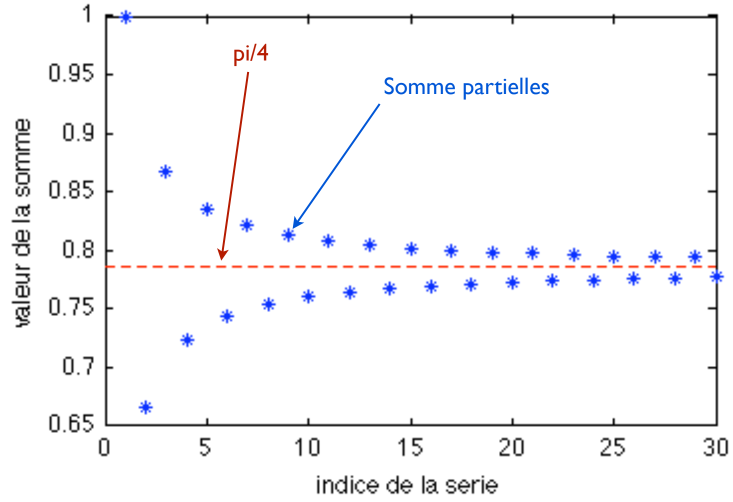
Nous allons maintenant comparer ce graphique expérimental avec la formule théorique.

8) Superposez la courbe expérimentale avec la formule théorique pour 16 valeurs de K entre 1 et 15, vous prendrez α_0=`0.0237` radians.
9) De proche en proche, estimez la valeur de K avec deux chiffres significatifs. Tracez le graphique correspondant.

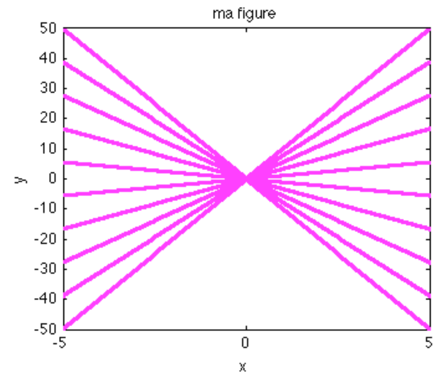
Ex I Compétences générales

```
% convergence de série:
s=0 % initialisation de la somme
n=30 % nombre d'itérations
for ind=1:n
    s=s+(-1)^(ind+1)/(2*ind-1);
    plot(ind,s,'b*'); hold on
end
% on rajoute la valeur de la limite pi/4
plot([0,n],[1,1]*pi/4,'r--')
xlabel('indice de la serie')
ylabel('valeur de la somme')
```

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \cdots = \frac{\pi}{4}.$$



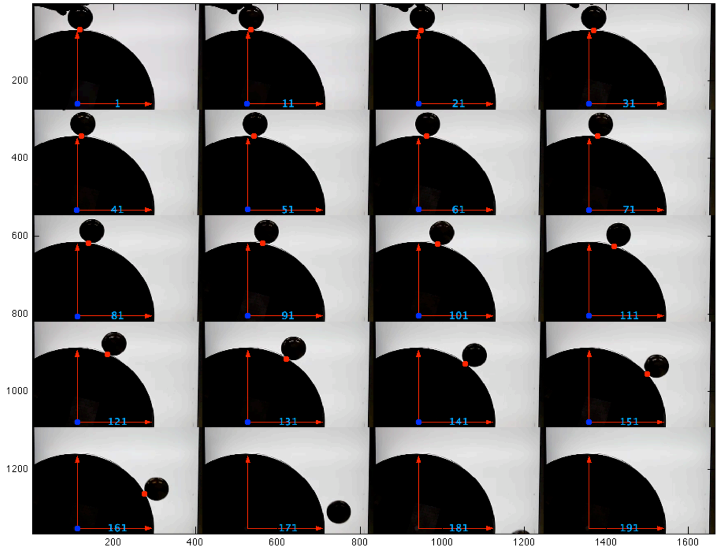

```
% un graphique à reproduire
x=linspace(-5,5,300);
for a=linspace(-10,10,10);
    plot(x,a*x,'m-','linewidth',2); hold on
end
xlabel('x'); ylabel('y'); title('ma figure')
```

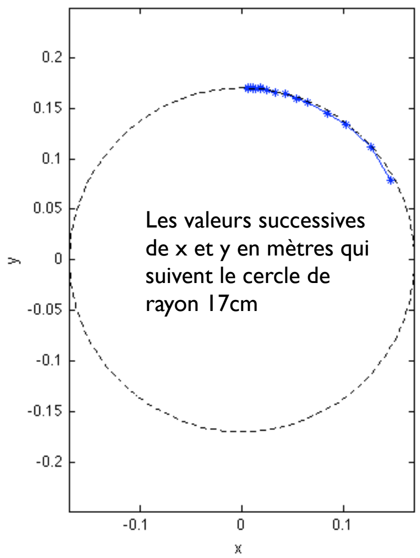


Ex2 Boule qui roule

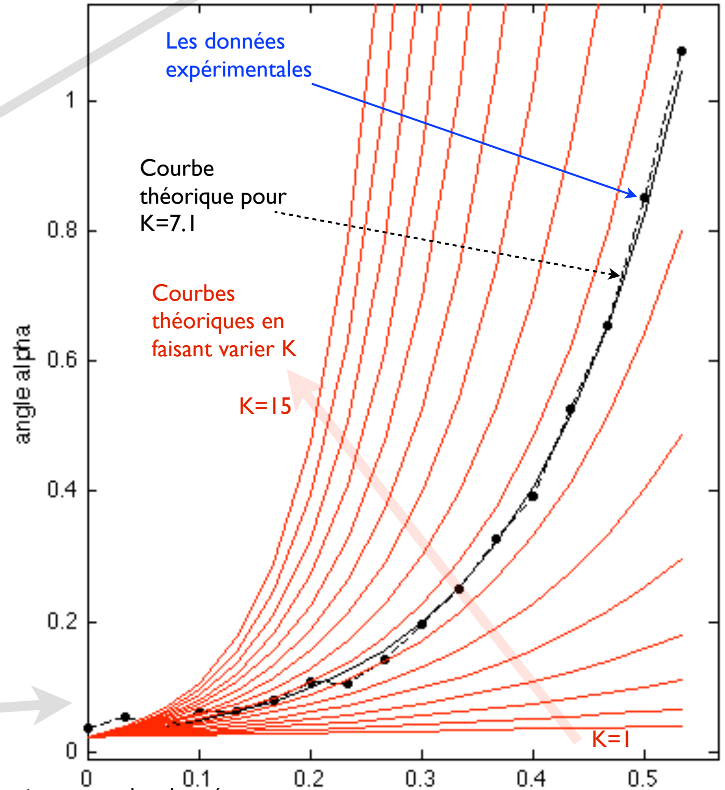
```
% grosse boule qui roule sur le cylindre
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
a=imread('films_matlab/grossecylindre.tif');
subplot(1,3,1)
image(a);

% positions successives du point de contact
d=1000*[ 0.1177    0.0680
    0.5341    0.0680
    0.9488    0.0698
    1.3703    0.0698
    0.1210    0.3417
    0.5408    0.3417
    0.9623    0.3417
    1.3787    0.3417
    0.1379    0.6191
    0.5628    0.6191
    0.9893    0.6209
    1.4192    0.6263
    0.1834    0.9036
    0.6201    0.9162
    1.0567    0.9288
    1.5001    0.9540
    0.2745    1.2638];
hold on;
X=d(:,1);
Y=d(:,2);
% on trace les points sur l'image
plot(X,Y,'r.','markersize',15);

% positions successives du centre du référentiel
d=1000*[ 0.1109    0.2589
    0.5240    0.2589
    0.9421    0.2589
    1.3585    0.2589
    0.1092    0.5326
    0.5257    0.5308
    0.9421    0.5308
    1.3585    0.5326
    0.1109    0.8064
    0.5257    0.8046
    0.9421    0.8046
    1.3585    0.8046
    0.1109    1.0783
    0.5257    1.0783
    0.9421    1.0783
    1.3585    1.0783
    0.1109    1.3520];
X0=d(:,1);
Y0=d(:,2);
% on trace les points sur l'image
plot(X0,Y0,'b.','markersize',15);


% Changement de référentiel
% le rayon du cylindre mesure 17cm
taillepix=0.17/(300-110);
x=taillepix*(X-X0)
y=-taillepix*(Y-Y0)
```

L'image originale sur laquelle je rajoute mes points de mesure pour le point de contact et le centre du cylindre






```
% on trace les valeurs successives de x et y
subplot(1,3,2);
plot(x,y,'b*-');
axis equal
% on rajoute un cercle de rayon 17cm
th=linspace(0,2*pi,200);
rr=0.17;
hold on
plot(rr*cos(th),rr*sin(th),'k--')
xlabel('x'); ylabel('y');


% extraction de l'angle
alpha=atan(x./y);
t=((1:10:161)-1)/300;

% theorie et choix de K
K=7.1;
a0=0.0237; % angle initial
atheo=a0*exp(t*K);

subplot(1,3,3);
plot(t,alpha,'k.--',t,atheo,'k-');


% variation en boucle de la valeur de K
hold on
for K=linspace(1,15,16);
atheo=a0*exp(t*K);
plot(t,atheo,'r-');
end
ylim([0,1.2]);
xlabel('temps');
ylabel('angle alpha');
```



La comparaison entre les données expérimentales et la formule théorique