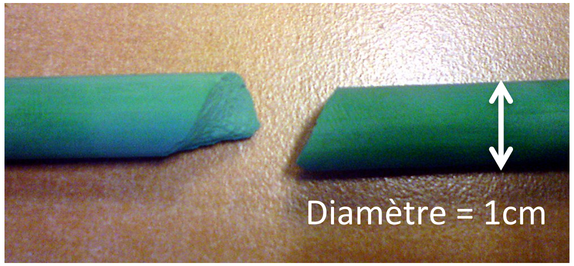
Matlab : applications en mécanique. LA207, TP3

Université Pierre et Marie Curie.
Licence de mécanique.

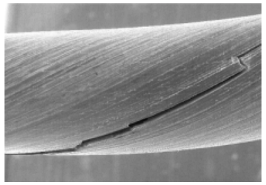
Partie I : Faciès de rupture sous chargement en torsion

Lorsqu'une structure élancée (câble, poutre, ressort...) est sollicitée en torsion jusqu'à la rupture le faciès de rupture obtenu a une forme tout à fait caractéristique. La modélisation mécanique de ce problème de structure et sa résolution indiquent qu'il s'agit d'une **hélicoïde**.

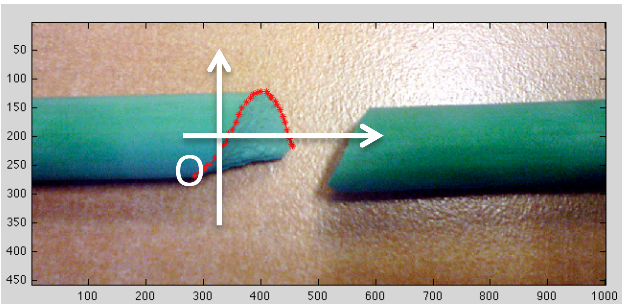
Nous allons chercher à verifier si ce résultat est correct à l'aide de mesures expérimentales.



(a) Craie brisée après application d'un couple de torsion à ses extrémités



Fissuration d'un câble sollicité en torsion (image LMT)



(b) Superposition de l'image et du tracé du contour du faciès de rupture

Faciès de rupture d'un amortisseur de Land Rover

1- Effectuer un relevé du profil du faciès de rupture à partir du fichier `rupture.jpg` et superposer l'image originale et les points de mesure comme indiqué fig (b)

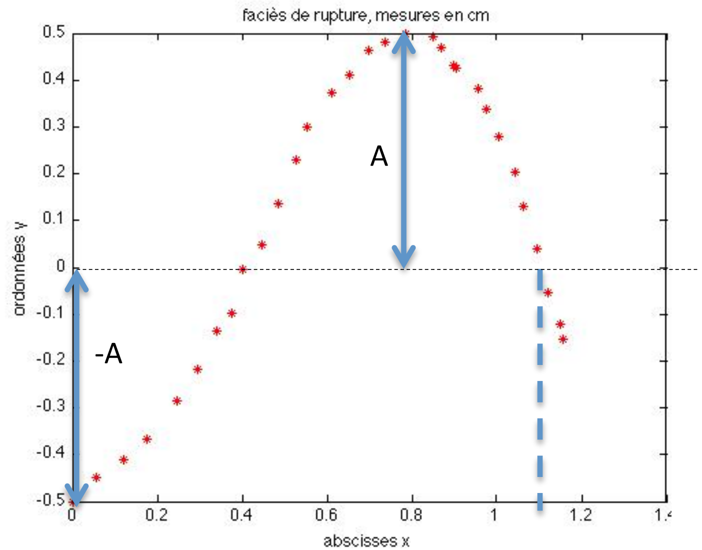
2- Effectuer un changement de référentiel et d'échelle permettant d'obtenir la courbe fig (c).

3- Si le faciès est bien une hélicoïde, alors les points que nous venons de relever sur l'image 2D devraient former une sinusoïde. Nous allons donc essayer de les interpoler à l'aide d'une telle courbe dont l'équation est de la forme :

$$y = A\sin(\omega x + \varphi) \ \text{ avec } \omega = 2\pi * f$$

Où A est l'amplitude de la courbe, f est la fréquence (i.e le nombre de périodes par unité d'abscisse) et φ la phase (un multiple de π). Relever A et φ sur la courbe (on remarquera pour cela que pour x=0 y~-A).

6- Pour déterminer la fréquence f avec précision on propose de tracer plusieurs courbes pour différentes fréquences à l'aide d'une boucle et de regarder si l'une de ces courbes interpole correctement les points expérimentaux. Effectuer ces tracés, en déduire que les points relevés forment bien une sinusoïde et relever la fréquence de la courbe expérimentale.



(c) Contour du faciès de rupture en cm

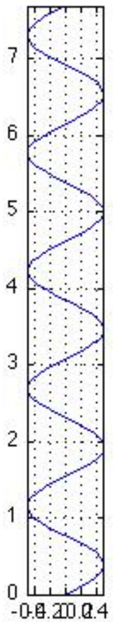
7 - Maintenant que l'on a identifié les paramètres caractéristiques de la sinusoïde représentant le contour en 2D, on souhaiterait tracer l'hélice correspondant au contour réel en 3D.
L'équation paramétrique d'une hélice est de la forme :

$$x(t) = x0 + Rcos\left(2\pi \times t\right)$$
$$y(t) = y0 + Rsin\left(2\pi \times t\right)$$
$$z(t) = z0 + p \times t$$

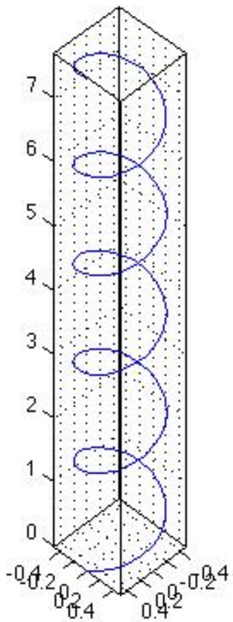
Où R est le rayon de l'hélice et p son pas.

Utilisez la fonction `plot3` pour tracer l'hélice correspondant au contour du faciès de rupture de la craie. On prendra comme coordonnées d'origine : [x0, y0, z0]=[0, 0, 0].

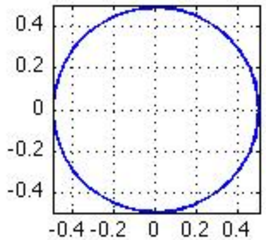
Remarque : On pourra proposer différentes vues de l'hélice grâce aux commandes `subplot` et `view`.



Vue de côté



Vue cavalière



Vue de dessus

Représentation 3D de l'hélice formant le contour du faciès de rupture par torsion de la craie présentée fig (a).

Partie II : Forme géométrique d'une structure

A Saint-Louis dans le Missouri on peut admirer la "Gateway Arch" dont vous avez une photo ci-contre.
On cherche à savoir quelle courbe géométrique permet de décrire cette structure.

On suppose que cette courbe est une "chainette", i.e. la courbe que prend une chaine qui pend sous son propre poids. Cette forme minimise en effet les efforts de cisaillement dans la structure.
L'équation de la chainette inversée est : $y = b - a \times cosh\left(\frac{x}{a}\right)$

Ici cosh est le cosinus hyperbolique, et les paramètres a et b sont à déterminer. On peut déterminer b à partir de a en notant que cosh(0)=1 et donc que b=yA+a.
Reste à déterminer a graphiquement. Pour cela réaliser un relevé de points correspondant au contour de la structure et les superposer sur l'image d'origine.
Effectuer un changement d'échelle de sorte que les abscisses des points B et C deviennent respectivement -1 et 1. Ajouter sur ce graphique une courbe de type chainette et déterminez a par approximations successives.

Enfin pour s'assurer définitivement qu'il s'agit d'une chainette, tracer une courbe représentant les évolutions la dérivée de la courbe et vérifier qu'il s'agit bien d'une courbe de la forme :

$$y = -sinh\left(\frac{x}{a}\right)$$

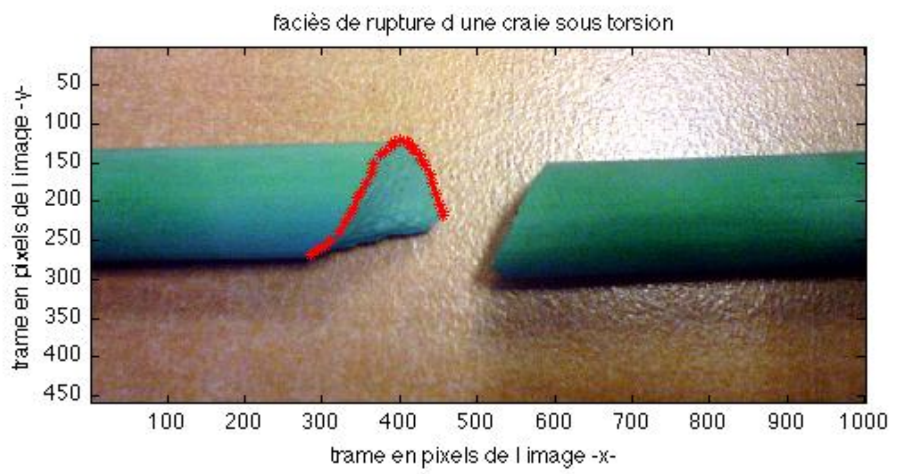
Aide : la dérivée peut être approximée de la manière suivante (attention aux bornes) $y' \simeq \frac{y(n+1) - y(n)}{x(n+1) - x(n)}$

Matlab : applications en mécanique.

LA207, TP3

Université Pierre et Marie Curie.
Licence de mécanique.

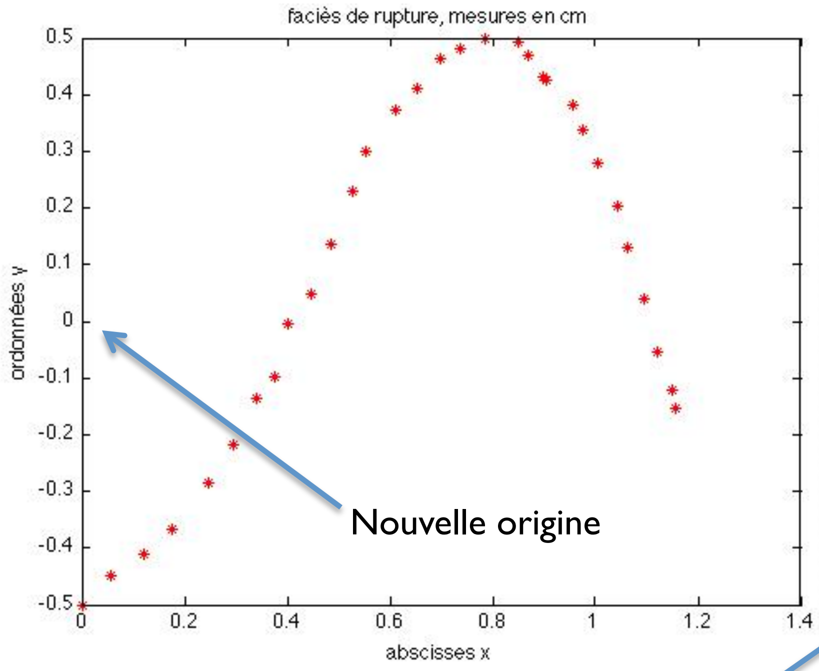
Compte rendu modèle




```
%Initialisation des variables...
clear all;
%...de la fenêtre de commandes...
clc;
%...de la fenêtre graphique.
clf;

%Lecture et affichage de l'image
a=imread('rupture.jpg');
image(a);
axis equal;
axis tight;
title('faciès de rupture d une craie sous torsion')

%**************************************************
%Code à insérer pour faire l'acquisition des données
% et à mettre en commentaire par suite
%------------------------------------
% [x,y]=ginput;
% savefile = 'mesures.mat';
% save(savefile, 'x', 'y');
%**************************************************

%Chargement des mesures faites avec ginput
load('mesures.mat');

hold on
plot(x,y,'r-*')
xlabel('trame en pixels de l image -x-')
ylabel('trame en pixels de l image -y-')
```

Sauvegarde des valeurs des abscisses et des ordonnées sous forme de deux variables `x` et `y` qui sont des tableaux (visibles dans Workspace) et qui sont stockées dans le fichier `mesures.mat`.

Ne pas oublier le `hold on` pour superposer les courbes



Nouvelle origine

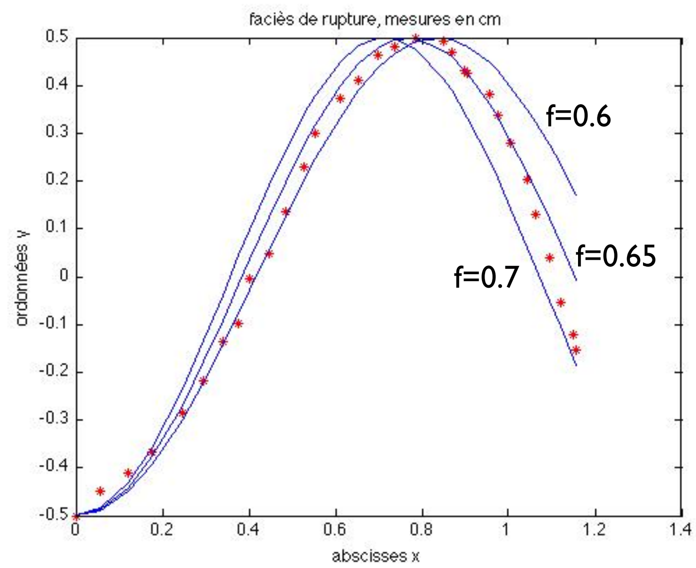
```
%changement de référentiel
%-------------------------

%repérage du max
[Valmax,Indmax]=max(y)
[Valmin,Indmin]=min(y)
Diametre=Valmax-Valmin

%changement d'origine et mise à l'échelle (unité=cm)
%Rq : diamètre de la craie : 1cm
x0=x(1);
y0=(Valmax+Valmin)/2.;
taillepix=1/Diametre

x=taillepix*(x-x0);
y=taillepix*(y-y0)
y=-y;

figure

plot(x,y,'r*')
xlabel('abscisses x');
ylabel('ordonnées y');
title('Contour du faciès de rupture, mesures en cm')
```

Ne pas oublier d'inverser y

Ouvre une nouvelle fenêtre graphique

```
%Identification de la courbe
%-------------------------

[Valmax,Indmax]=max(y)
[Valmin,Indmin]=min(y)

amplitude=(Valmax-Valmin)/2.
phase=3*pi/2.;

hold on;

for frequence=0.6:0.05:0.7
courbe=amplitude*sin(2*pi*frequence*x+phase);
plot(x,courbe)
end

freqReelle=0.65;
```

Lecture sur la courbe



```
%Trace de l'hélice
%-------------------
%init=[x0, y0, z0]
init=[0. 0. 0.];
R=amplitude;
pas=1./freqReelle;
t=linspace(0,5,100);
```

Le pas est en fait la période de la sinusoïde

Tableau des paramètres

```
figure;

%-----------------------------
%Tracés
%Non demandés, juste pour vérifier qu'on ne s'est pas trompé

x=init(1)+R*cos(2*pi*t);
subplot(3,1,1);
plot(t,x);

y=init(2)+R*sin(2*pi*t);
subplot(3,1,2);
plot(t,y);

z=init(3)+pas*t;
subplot(3,1,3);
plot(t,z);

clf;
%-----------------------------

%Tracés 3D
subplot(1,3,1);
plot3(x,y,z);
box on;
grid on;
axis equal;
view([10,0,0])
```

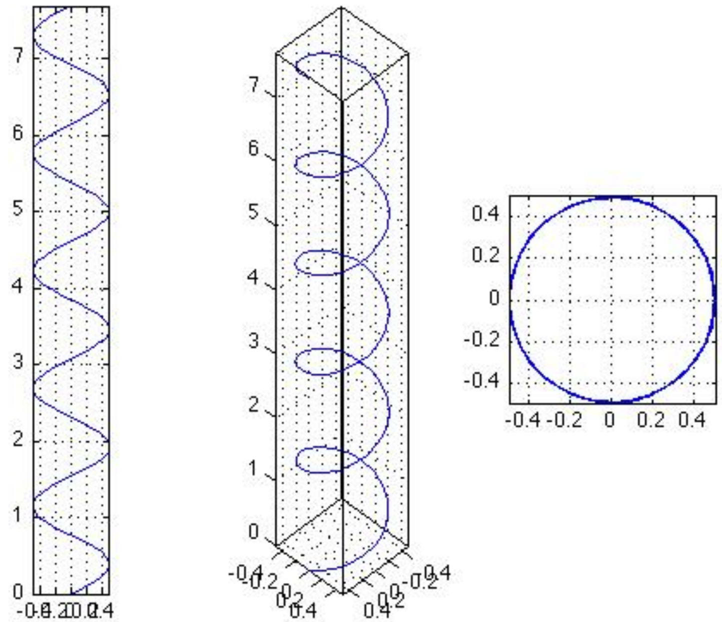
Vue de côté on retrouve la sinusoïde

```
subplot(1,3,2);
plot3(x,y,z);
box on;
grid on;
axis equal;
view([10,10,10])
```

Vue cavalière on voit l'hélice

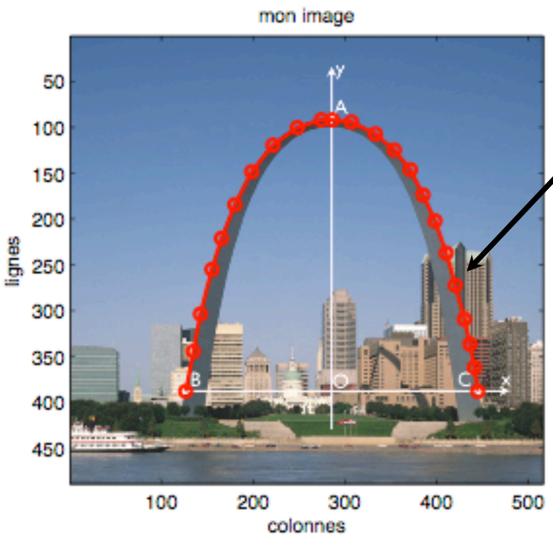
```
subplot(1,3,3);
plot3(x,y,z);
box on;
grid on;
axis equal;
view([0,0,10])
```

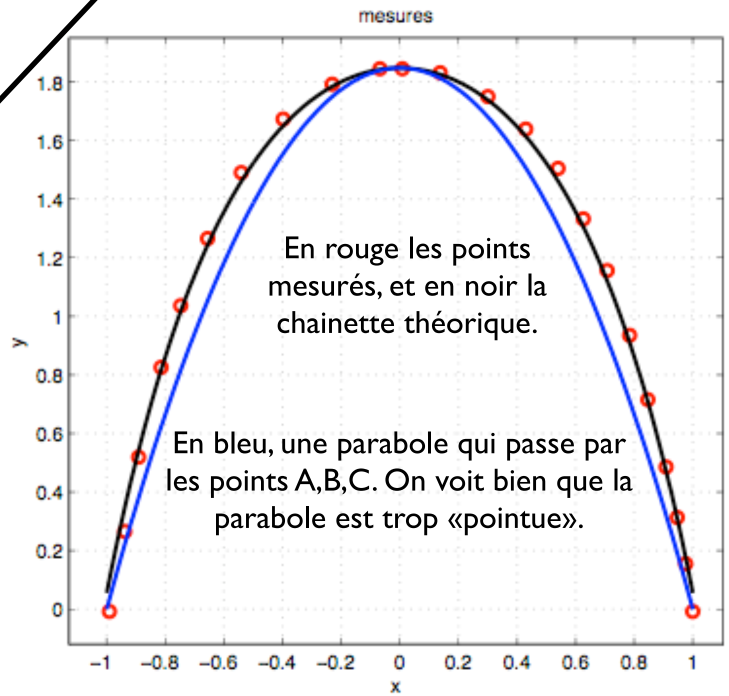
Vue de dessus on voit un cercle



Rq : il manque les légendes sur les courbes 3D

Les points de mesure sont superposés à l'image, en rouge.





Après quelques essais, on a choisi a=0.43. Si a est plus grand ou plus petit, l'arche est trop large ou trop reserrée.

Les points de mesure:

126.4377	388.1632
134.8591	344.5252
142.5148	303.9496
154.7641	254.9525
165.4822	221.2671
180.0282	184.5193
198.4021	148.5371
221.3694	119.4451
248.1647	100.3056
274.1944	91.8843
286.4436	91.8843
307.1142	94.1810
333.1439	107.1958
353.8145	124.8042
371.4228	146.2404
385.2033	173.8012
398.2181	202.1276
410.4674	237.3442
420.4199	272.5608
430.3724	309.3086
436.4970	336.8694
441.0905	362.1335
444.9184	388.1632

```
clear all;  clf

subplot(1,2,1)

% on lit l'image et on l'affiche
a=imread('chainette.png');
image(a);
axis equal tight
xlabel('colonnes')
ylabel('lignes')
title('mon image')

% on lit les données et on trace
d=load('chainette.dat');
x=d(:,1);y=d(:,2);
hold on
plot(x,y,'ro-','linewidth',2)
```

```
% le centre du référentiel
x0=285;
y0=387;
x=x-x0;
y=-(y-y0);

% taille de pixel et remise à
l'échelle
taillepix=1/(445-285);
x=x*taillepix;
y=y*taillepix;

% on trace les points de mesure
subplot(1,2,2)
plot(x,y,'ro','linewidth',2)
xlabel('x');
ylabel('y');
title('mesures')
```

```
% on trace une chainette
x=linspace(-1,1,400);
a=0.43; b=1.847+a;
y=b-a*cosh(x/a);
hold on; plot
(x,y,'k-','linewidth',2)
grid on

% on trace une parabole
bb=1.847; aa=1.847;
plot(x,bb-aa*x.^2,'m')

axis equal tight
```

```
%Tracé de la dérivée pour vérification
%---------------------------------------

%Points expérimentaux
n=length(x);
yprime=zeros(n,1);
for ind=1:n-1
yprime(ind)=(y(ind+1)-y(ind))/(x(ind+1)-x(ind));
end

%Courbe théorique
ysinh=-1*sinh(x/a);

figure;
plot(x,yprime, 'r*');
hold on
plot(x,ysinh, 'b-', 'linewidth', 1.2);
xlabel('x');
ylabel('y');
title('Trace de la dérivee')
legend('expe','theo')
```