

0) Manipulation de tableaux

Pour tirer le maximum de résultats dans ce TP, il vous faut maîtriser quelques fonctions relatives à la manipulation de tableaux.

On rappelle que dans une matrice M à 2 indices, on peut sélectionner l'ensemble de la i-ème ligne par la commande :

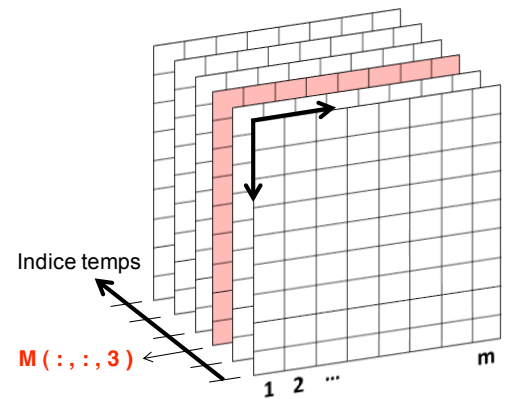
```
>> M(i, :)
```

A l'aide de la fonction **rand** créez une matrice M aléatoire de taille 10 x 10 et sélectionnez tous les éléments de M situés à l'intersection des colonnes et lignes paires ; vous pouvez utiliser un vecteur contenant les indices des lignes/colonnes.

Fonction **min** et **max** : ces deux fonctions servent à trouver respectivement le minimum et la maximum d'un tableau. Elles peuvent s'utiliser avec plusieurs arguments de sortie, permettant de récupérer la valeur et la position du min/max dans le tableau. Trouvez dans la doc de Matlab une des syntaxes permettant de retrouver le maximum de chaque colonne (ou ligne) de M (matrice aléatoire), et de renvoyer leur position.

1) Introduction : stockage d'un film

Vous avez vu que les images sont stockées sous la forme de matrices contenant la couleur (ou nuance de gris) de chaque pixel contenu dans l'image. Dans ce TP nous allons manipuler le film d'une expérience : un film étant une succession d'images dans le temps, nous verrons qu'il peut être stocké en n&b au moyen d'une matrice à 3 indices.



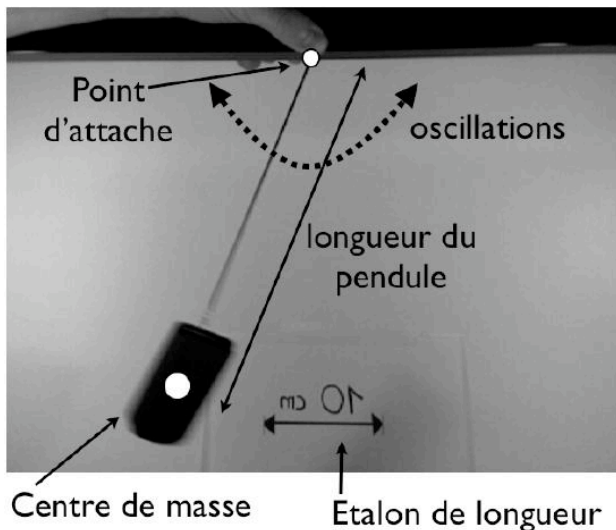
Les 2 premiers indices font référence à la position du pixel (ind_lig, ind_col), comme dans une image classique. La 3^{ème} dimension correspond à l'indice de temps (et non à la valeur du temps).

La 3^{ème} image du film peut ainsi être appelée par la commande :

```
>> M(:, :, 3)
```

avec M la matrice contenant le film.

Problème : oscillations d'un pendule



Nous allons déterminer la relation existant entre la fréquence d'oscillation T d'un pendule et sa longueur L, et la comparer avec la prédiction théorique pour de faibles oscillations : où g est l'accélération de la pesanteur.

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}$$

Pour cela vous disposez de 2 films expérimentaux réalisés avec 2 pendules de longueur différentes (penlong.mat et pencourt.mat) stockés dans des matrices. Vous chargerez ces matrices dans le workspace de Matlab à l'aide de la fonction **load**. Les fichiers contenant les images se trouvent sur le disque sous le format *nomfichier.mat*. C'est un format qui permet de sauvegarder sur le disque des variables de Matlab.

Commencez par travailler sur penlong.mat. On charge le fichier dans le workspace de matlab avec la fonction load:

```
>> load penlong.mat
```

Visionner le film

Chaque image individuelle, qui correspond à des intensités de tons de gris, se visualise avec la fonction **imagesc**. La plus petite valeur du tableau correspond au noir et la plus grande au blanc.

Vous devez écrire un code qui réalise l'animation du film, image après image. On utilisera les commandes **axis equal** et **axis tight** pour que l'image ait le bon rapport d'aspect. Vous afficherez comme titre le numéro de l'image. Vous utiliserez la commande **colormap gray** de sorte à ce que l'image soit affichée en noir et blanc.

Détermination de la longueur L du pendule

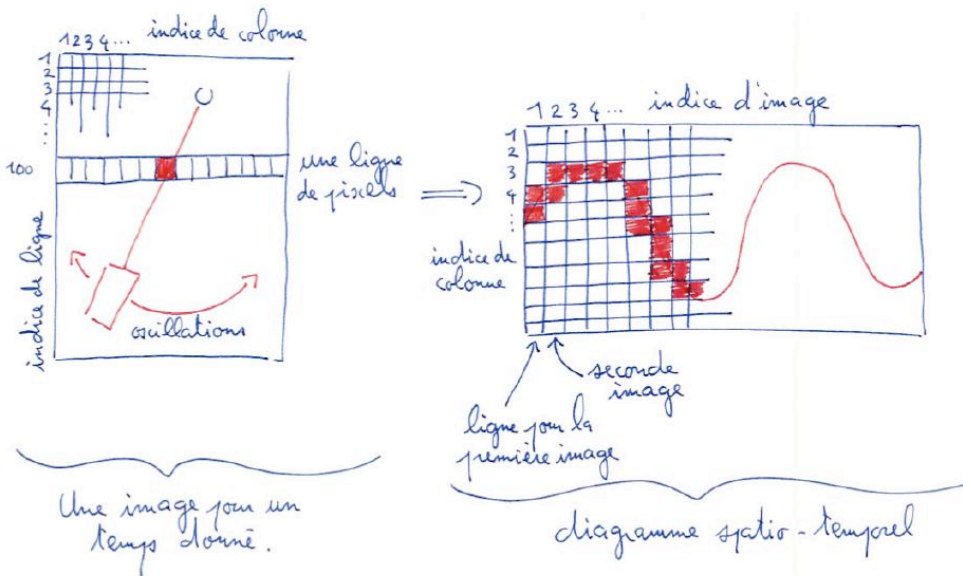
A partir des images originales du film, en utilisant l'étalon de longueur visible, mesurez la longueur (en mètres) entre le point d'attache et le centre de masse du pendule.

Eclaircissement d'une sous-fenêtre

Réalisez de nouveau l'animation en mettant en évidence les pixels qui sont entre les lignes 100 et 280 et entre les colonnes 50 et 300 en les rendant plus clair, par exemple en multipliant le ton de gris qui correspond à ces pixels par trois.

Diagramme spatio-temporel

Nous allons maintenant travailler avec la sous fenêtre de la question précédente, que l'on stocke dans le tableau $f=m(\text{lig}, \text{col}, :)$. Nous avons vu que le sous-tableau $f(:, :, 15)$ correspond à la quinzième image de l'animation. Par ailleurs, le sous-tableau $f(100, :, :)$ correspond à l'évolution dans le temps de la 100ème ligne de l'image: c'est un sous tableau qui contient l'évolution selon x et t de ces pixels:



Dans trois sous-fenêtres graphiques, représenter ce diagramme spatiotemporel pour trois choix de ligne de pixels, qui correspondent donc à la corde du pendule pour trois hauteurs différentes. On choisira pour la suite des questions la hauteur pour laquelle l'oscillation est la plus clairement visible.

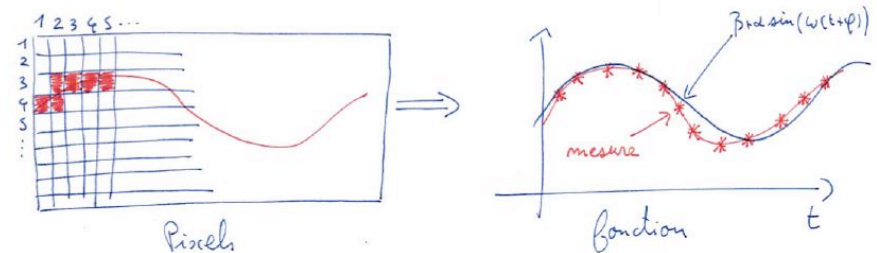
Attention : la taille de $f(100, :, :)$ ne permet pas de tracer ce tableau directement avec `imagesc` : utilisez la fonction `squeeze` pour contourner le problème (voir doc `squeeze`).

Introduire le temps

Jusqu'à maintenant nous avons représenté les images en utilisant les indices de lignes et de colonnes de pixels, et les numéros d'image. Maintenant, nous allons indiquer les images avec le « vrai » temps pour ensuite en tirer la période d'oscillation T.

Construire le vecteur **tvec**, sachant que le film a 100 images, et est pris avec 13 images par seconde. On prendra $t = 0$ pour la première image.

Le diagramme spatio-temporel que nous avons obtenu aux questions précédentes est encore une image: il s'agit de tons de gris, et non de la valeur de la position de la corde du pendule. Nous allons maintenant en extraire une fonction du temps: pour chaque temps nous aurons la position de la corde dans le diagramme spatio-temporel. Pour cela, construisez un vecteur **osc** qui a autant d'éléments que nous avons d'images. Pour chaque temps, emmagasiner dans ce vecteur l'indice du point le plus sombre ; ce pixel (le + sombre) correspond normalement au centre de la corde. Tracez le graph de **osc** en fonction du temps, on tracera avec une ligne continue et des marqueurs pour bien voir les points de mesure (cf.figure ci-dessous).



Comparaison avec un sinus: La théorie veut que l'oscillation obtenue soit proche d'une oscillation sinusoïdale. Nous allons vérifier cela. Superposez au graph de la question précédente la fonction suivante :

$$g(t) = \beta + \alpha \sin[\omega(t + \phi)]$$

où β correspond à la valeur moyenne autour de laquelle le sinus oscille, α correspond à l'amplitude de l'oscillation, ω est la pulsation, c'est à dire 2π divisé par la période d'oscillation T, et ϕ est un déphasage. Estimez les paramètres β , α , ω , ϕ qui donnent la plus grande ressemblance entre la mesure expérimentale et le sinus tracé.

Ré-utilisez votre script pour calculer la longueur du pendule court et sa période d'oscillations.

Comparaison avec la théorie

Tracez le graph de la variation théorique de de T en fonction de L (avec $g = 9.81$). Superposez à ce graph, les point (L1, T1) et (L2, T2) qui correspondent à nos deux mesures expérimentales (Long-Période). La théorie marche-t-elle ?

0) Manipulation de tableaux

```
%% tri dans les tableaux
clear
% tests sur une matrice aléatoire
m = rand(10,10) ;
vsel = 2:2:10 ;
m(vsel,vsel) % éléments de M à l'intersection de colonnes et lignes paires

max(max(m)) ; % maximum de m
% position en ligne et colonne du max de m
b = zeros(1,2) ; [a,tmp] = max(m) ; [a,b(2)] = max(max(m)) ;
b(1) = tmp(b(2)) ;

[a,b] = max(m, [], 1) % maximum et position du max pour chaque colonne de m
[a,b] = max(m, [], 2) % maximum et position du max pour chaque ligne de m
```

```

%% problème: le pendule
clear
% chargement du fichier de données
load penlong.mat
% récupère la taille des images (tx,ty) en pixels et leur
nombre (ni)
[tx,ty,ni]=size(m) ;

clf() ; % ouverture d'une nouvelle fenêtre
colormap gray ; % option pour le rendu en N&B
axis equal ; axis tight ;
% boucle d'animation sur les images de m
for i = 1:ni
    imagesc(m(:,:,i)) ;
    drawnow ;
    %pause(0.5) ; %pause éventuelle pour ralentir le film
end

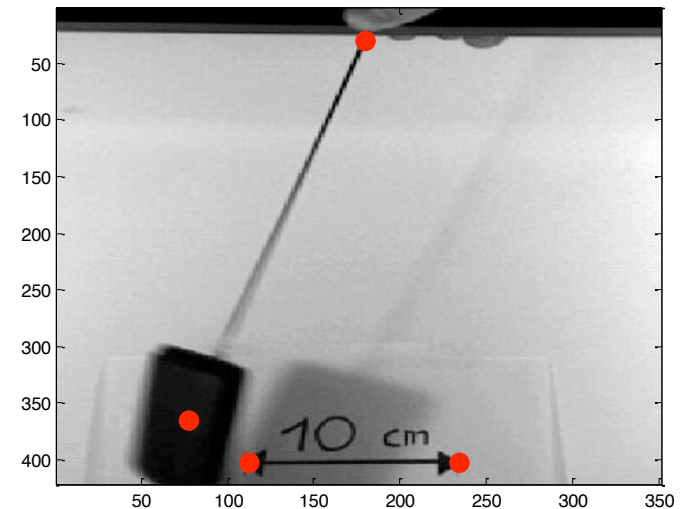
% détermination de l'échelle de l'image
clf() ;
imagesc(m(:,:,1)) ; axis equal ; axis tight ;
% on prend 4 points successifs
% les 2 premier pour mesurer les 10cm en pixels
% les 2 second pour la longueur de corde (jusqu'au centre de
masse)
p1 = ginput(2) ; % mesure de la taille en pixels de 10cm
p2 = ginput(2) ; % mesure de la taille en pixels de la corde

% calcul des longueurs en pixels
l1p = ((p1(2,1)-p1(1,1))^2+(p1(2,2)-p1(1,2))^2)^0.5 ;
l2p = ((p2(2,1)-p2(1,1))^2+(p2(2,2)-p2(1,2))^2)^0.5 ;

% longueur réelle du pendule
L = 0.1/l1p*l2p ;

```

Points de mesure

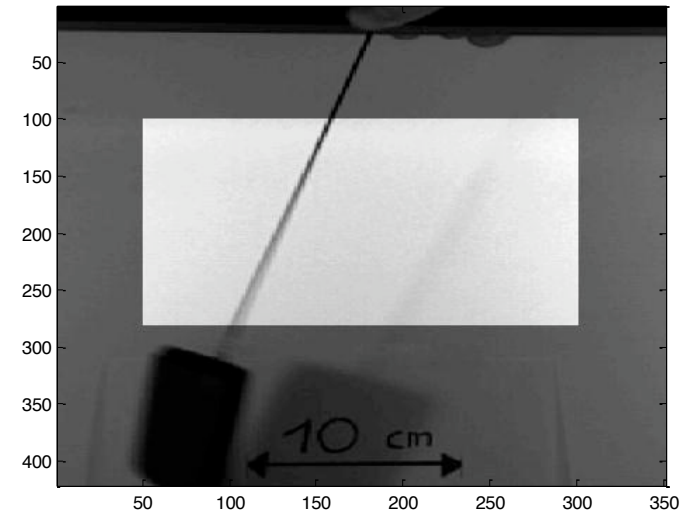


```

% éclaircissement
col = 50:300 ; % colonnes sélectionnées
lig = 100:280 ; % lignes sélectionnées

clf() ; % efface le contenu de la fenêtre active
colormap gray ; % de nouveau, N&B
axis equal ; axis tight ;
% boucle pour le tracé du film éclairci
for i = 1:ni
    toto = m(:, :, i) ;
    toto(lig,col) = 3*toto(lig,col) ; % peut être fait en dehors de la boucle
    f(:, :, i) = toto(lig,col) ; %création de la sous-matrice f (taille réduite)
    imagesc(toto) ;
    drawnow ;
end

```



lig 50 de f

```

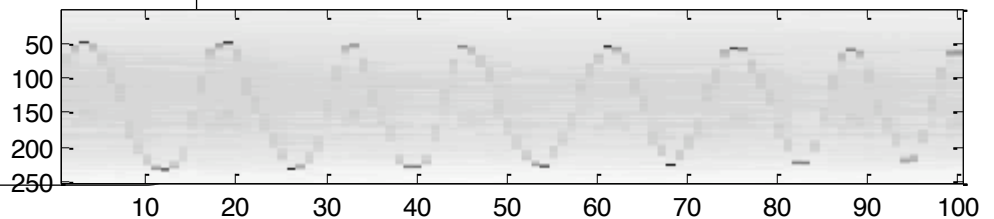
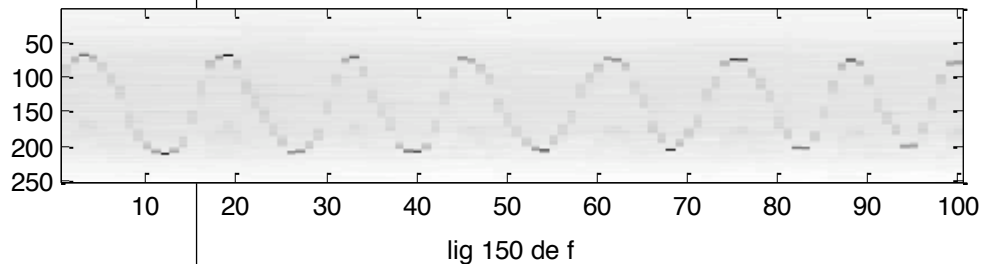
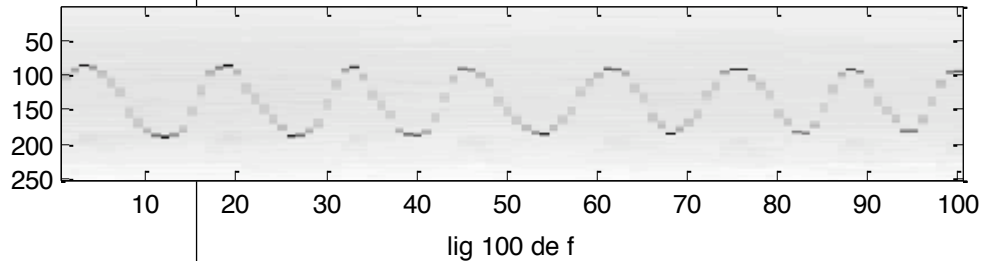
%diagrammes spatio-temporels à différentes hauteurs

```

```

clf() ;
title('diagrammes spatio-temporels à différentes
hauteurs') ;
subplot 311 ;
imagesc(squeeze(f(50, :, :))) ;
title('lig 50 de f') ;
subplot 312 ;
imagesc(squeeze(f(100, :, :))) ;
title('lig 100 de f') ;
subplot 313 ;
imagesc(squeeze(f(150, :, :))) ;
title('lig 150 de f') ;

```



On continue avec la ligne 150 de f →

```

% création du vecteur temps
tvec = 0.:1./13:(100-1)/13 ;
size(tvec) % pour controle

f2 = squeeze(f(150,.,.)) ; % on ne garde que la ligne
150
osc = zeros(ni,1) ; % création d'un vecteur vide osc
% remplissage de osc en cherchant l'indice du minimum
% à chaque pas de temps
for i = 1 : ni
    [r,osc(i)] = min(f2(:,i)) ;
end
% ou plus élégant (sans boucle)
[r,osc] = min(f2,[],1) ;

% tracé des oscillations expérimentales
clf() ;
plot(tvec,osc,'r-*') ; % avec marqueurs pour l'expérimental
xlabel('temps en sec') ;
ylabel('amplitude en pixels') ;
hold on ;

```

On estime la valeur moyenne β et l'amplitude α (pixels)

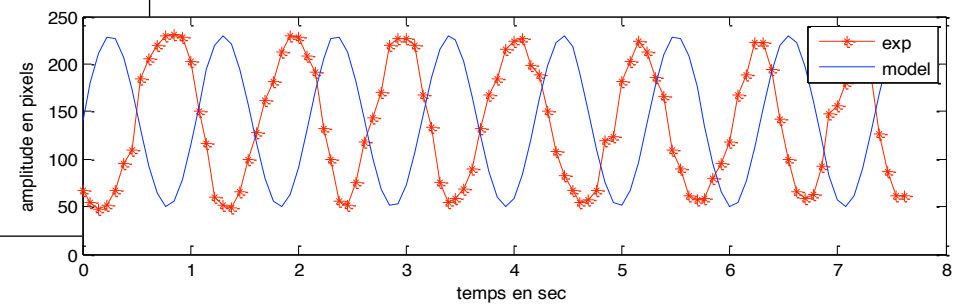
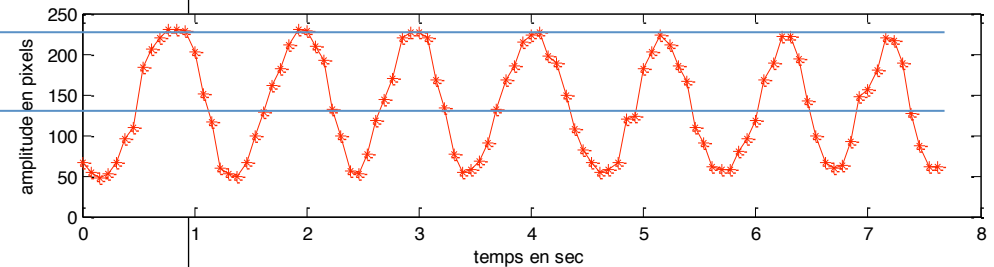
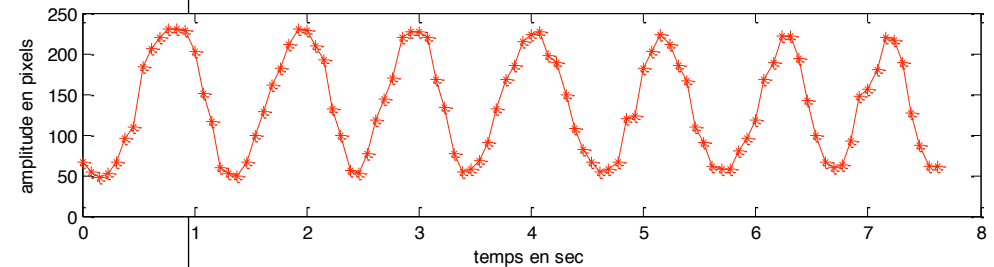
On ajuste la pulsation

```

% modèle sinus
beta = 140. ; % valeur moyenne (pixels)
alph = 90. ; % amplitude (pixels)
omeg = 6. ; % pulsation
phi = 0. ; % déphasage en sec

g = beta + alph * sin(omeg*(tvec + phi)) ;
plot(tvec,g,'b-') ;
legend('exp','model') ;

```



```

% modèle sinus
beta = 140. ; % valeur moyenne (pixels)
alph = 90. ; % amplitude (pixels)
omeg = 5.7 ; % pulsation
phi = 0.65 ; % déphasage en sec

```

```

g = beta + alph * sin(omeg*(tvec + phi)) ;
plot(tvec,g,'b-') ;
legend('exp','sinus') ;

```

```
T = 2*pi()/omeg
```

→ T = 1.1023 sec

On recommence avec le pendule court...

```

% modèle sinus
beta = 110. ; % valeur moyenne (pixels)
alph = 90. ; % amplitude (pixels)
omeg = 7. ; % pulsation
phi = -0.3 ; % déphasage en sec

```

```
%comparaison modèle théorie
```

```

g = 9.81 ;
lm = 0.:0.01:1. ;

mth = 2*pi()*(lm/g).^0.5 ;
figure(4);
plot(lm,mth,'b-') ;
hold on ;
title('période en fonction de la longueur') ;
plot(L,T,'r.','MarkerSize',25.) ;
xlabel('longueur [m]') ;
ylabel('période [s]') ;
grid on ;

```

