Stabilité Hydrodynamique. MSF21
J. Hoepffner & P. Carlès
Université Pierre et Marie Curie.
TD3, année 2011-2012.

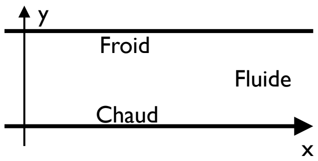
Ex1

$$\dot{x} = \sigma(y - x)$$
$$\dot{y} = rx - y - xy$$
$$\dot{z} = xy - bz$$

Linéarisation et matrices:
Linéariser le système de Lorenz autour de l'état stationnaire qui n'est pas (0,0,0), puis mettre le système sous forme matricielle.

Ex2

$$\rho u_t = -p_x + \mu \Delta u,$$
$$\rho v_t = -p_y + \mu \Delta v - d\rho g \theta,$$
$$u_x + v_y = 0$$
$$\theta_t + v T_y = \Delta \theta$$



Rayleigh-Bénard:
Voici l'équation linéarisée d'évolution pour l'instabilité de Rayligh-Bénard: fluide entre deux plaques et chauffé par en dessous. u et v c'est le champ de vitesse, p la pression, et θ la perturbation de température par rapport à un profil linéaire de gradient vertical Ty. d est le coeficient de dilatation thermique, g la gravité. Le Δ c'est le Laplacien en 2D.

Ecrire ce système d'équations sous la forme d'un problème matriciel aux valeurs propres.

Courbe neutre pour la couche limite

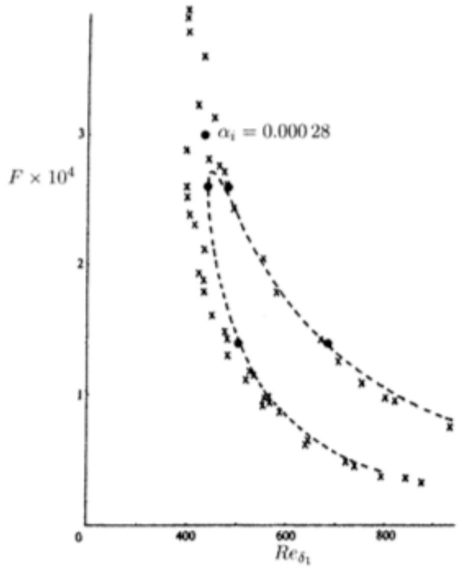


FIG. 5.20 – Stabilité marginale de la couche limite sur une plaque plane. (—), théorie non parallèle ; (×) mesures ; (•), simulations de Fasel & Konzelmann (1990).

Etude expérimentale de l'instabilité de Tolmienn-Schlichting dans un écoulement de Poiseuille plan (livre F. Charru)

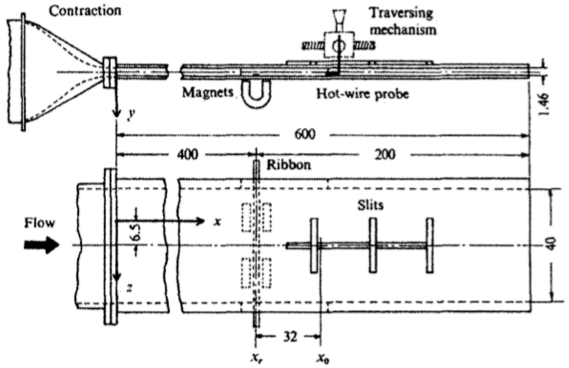


FIG. 5.9 – Installation expérimentale réalisant un écoulement de Poiseuille plan (Nishioka *et al.* 1975). Les dimensions sont en centimètres.

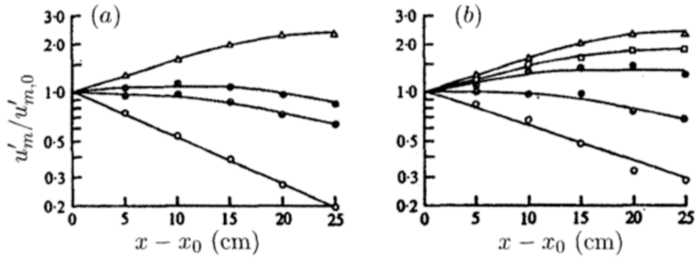
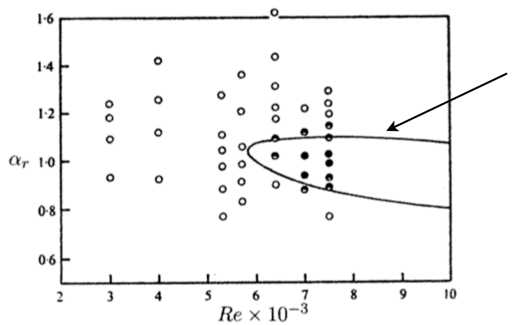


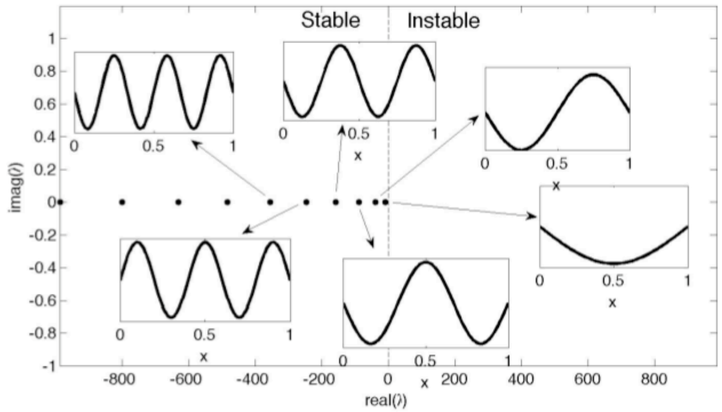
FIG. 5.11 – Évolution vers l'aval de l'amplitude des perturbations. (a) : $f = 72$ Hz et $Re = 4\,000$, $5\,300$, $6\,400$, $7\,000$; (b) : $Re = 7\,000$ et $f = 50$, 60, 72, 82 et 92 Hz. $x_0 - x_r = 32$ cm (Nishioka *et al.* 1975).



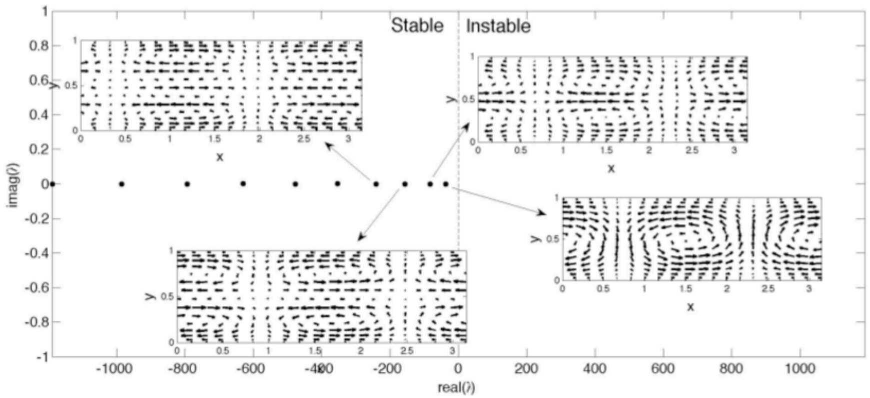
Courbe neutre théorique

FIG. 5.13 – Carte dans le plan $Re - \alpha_r$ (où $\alpha_r = k_r h$) des points de mesure stables (○), presque neutres (symboles demi-remplis), et instables (•), et courbe de stabilité marginale calculée (Nishioka *et al.* 1975).

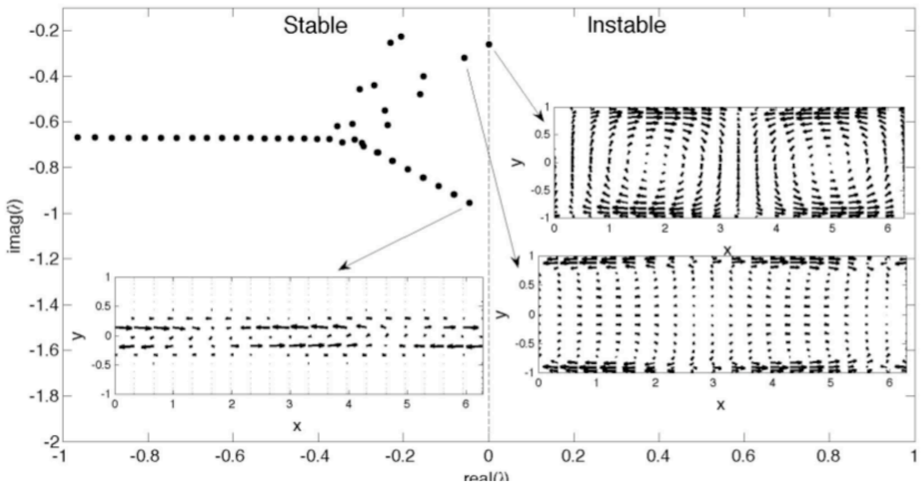
Modes propres équation de diffusion pour x entre 0 et 1

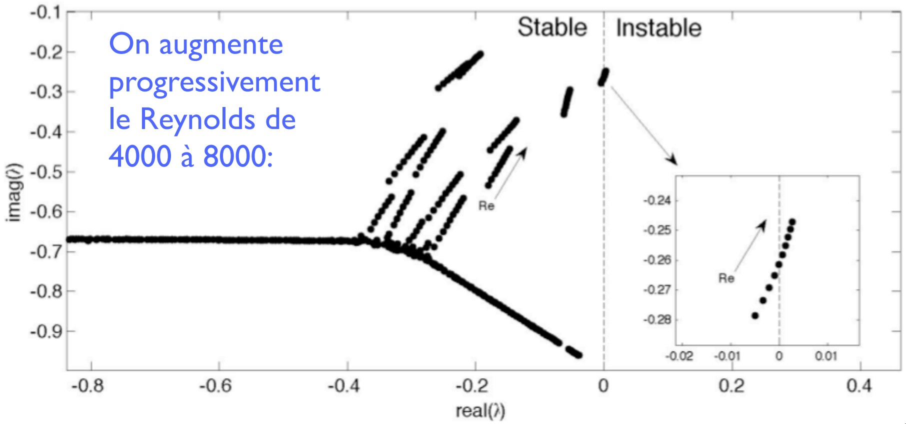


Modes propres équation de Stokes entre deux plans. Alpha=1



Poiseuille: modes propres Navier-Stokes dans un canal plan, Re=6000
Nombre d'onde selon x: alpha=1



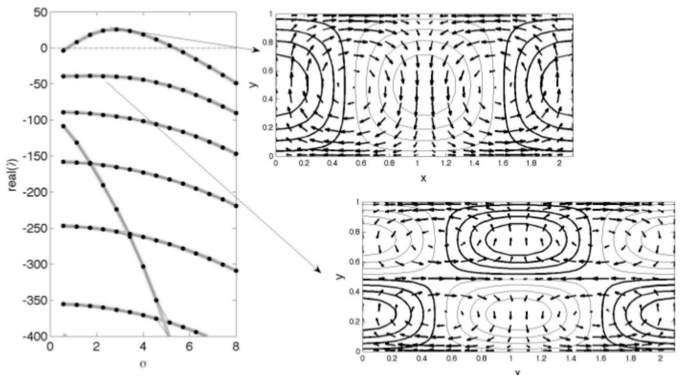


Calculs numériques: J. Hoepffner

Modes propres Rayleigh-Bénard. Glissement aux parois (en gris: la solution analytique)

$$s=-\frac{1}{2}(1+Pr)(j^2\pi^2+\alpha^2)\pm\sqrt{\frac{1}{4}(Pr-1)^2(j^2\pi^2+\alpha^2)^2+\alpha^2\frac{RaPr}{j^2\pi^2+\alpha^2}}$$

Pr=10, Ra=2000



Avec non-glissement aux parois: