Stabilité Hydrodynamique. MSF21
J. Hoepffner & P. Carlès
Université Pierre et Marie Curie.
TP1, année 2011-2012.

Ex1

Matrices de dérivation
Ecrivez un code qui teste la matrice de dérivation pour la dérivée seconde.

Ex2

Marche en temps
Ecrivez un code qui effectue la marche en temps d'une condition initiale pour l'équation des ondes sur un domaine de taille L=1 avec des conditions aux limites de Dirichlet homogène. Vous choisirez la condition initiale que vous voudrez (mais elle doit satisfaire les conditions aux limites) Attention, il faut définir la condition initiale pour la position de la corde mais aussi pour la vitesse initiale de la corde.

Ex3

Modes propres
Ecrivez un code qui calcule les valeurs propres pour l'équation de diffusion sur un domaine de taille L=1. Montrer que les valeurs propres calculées correspondent bien aux valeurs théoriques obtenues de manière similaire à ce que nous avons fait pour la corde vibrante.

Ex4

Modes propres diffusion
Ecrivez un code qui fait la marche en temps de l'équation de la chaleur (équation de diffusion) en prenant comme condition initiale une portion de sinus qui satisfasse les conditions aux limites de Dirichlet homogène. Et tracer l'évolution dans le temps de l'amplitude maximum pour comparer avec le taux d'atténuation du mode propre calculé à l'exercice 3

```
% construction des matrices de dérivation
N=50; % nombre de points de maille
L=2*pi; % taille du domaine
x=linspace(0,L,N); % les mailles
h=x(2)-x(1); % pas d'espace


% dérivée première
dx=zeros(N,N);
dx(1,1:3)=[-3/2, 2, -1/2]/h;
for ind=2:N-1
    dx(ind,ind-1:ind+1)=[-1/2, 0, 1/2]/h;
end
dx(N,N-2:N)=[1/2, -2, 3/2]/h;

% dérivée seconde
dxx=zeros(N,N);
dxx(1,1:3)=[1, -2, 1]/h^2;
for ind=2:N-1
    dxx(ind,ind-1:ind+1)=[1, -2, 1]/h^2;
end
dxx(N,N-2:N)=[1, -2, 1]/h^2;
```

Cette séance est une séance de prise en main numérique, les trois exercices donnés ici vous permettent de tester par vous même ce que je vous ai montré pendant la première partie de la séance.

Tracez des graphiques, regardez vos matrices pour un petit nombre de mailles N pour vérifier que tout est bien codé. Ayez une pratique progressive du codage, en allant du plus simple au plus sophistiqué, en faisant des étapes.

```
% modes propres corde vibrante
Z=zeros(N,N); % matrice de zéros
I=eye(N); % matrice identitée

% les opérateurs
E=[I,Z; Z,I];
F=[Z,I; c^2*dxx,Z];

% conditions limites
E(1,:)=0; E(N,:)=0;
F(1,:)=[I(1,:),Z(1,:)];
F(N,:)=[I(N,:),Z(N,:)];

% calcul des modes propres
[U,S]=eig(F,E);
S=diag(S);
plot(real(S),imag(S),'k.')
grid on
```

```
% marche en temps advection diffusion
U=1 % vitesse d'advection
mu=1 % diffusion visqueuse

Z=zeros(N,N); % matrice de zéros
I=eye(N); % matrice identitée

dt=0.05; % pas de temps

% Les opérateurs
E=I;
F=-U*dx+mu*dxx;

% Les conditions limites
E(1,:)=0; E(N,:)=0;
F(1,:)=I(1,:); F(N,:)=I(N,:);

% Matrice de marche en temps
M=(E-F*dt/2)\(E+F*dt/2);

% Condition initiale
q=exp(-((x-2)/0.5).^2)';

% Boucle de marche en temps
for ind=1:200
    q=M*q;

    plot(x,q);
    ylim([-1,1])
    drawnow
end
```