Stabilité Hydrodynamique. MSF21

J. Hoepffner
Université Pierre et Marie Curie.
Année 2012-2013.

Ex1

Rayleigh-Taylor:
On considère l'instabilité de Rayleigh-Taylor comme vu en cours: fluide très peu visqueux, formulation en potentiel des vitesses et advection de l'interface avec l'équation de bernoulli instationnaire pour lier le champ de vitesse et la pression. Nous allons apporter plusieurs généralisations au problème et en tirer les relations de dispersion:

1) D'après le développement vu en cours, déduire la forme du champ de vitesse et de pression u(x,y,t), v(x,y,t), p(x,y,t). Dessinez l'allure de ce champ de vecteur ainsi que la déformation de l'interface.

2) L'interface est maintenant soumise à une tension de surface sigma. Donc la pression ne varie plus continuement à travers l'interface: il y a un saut de pression proportionel à la courbure de l'interface fois sigma: $p_1 = P_{atm} + \sigma\eta_{xx}$

Obtenez la relation de dispersion, et montrez que la tension de surface est stabilisante.

3) Il y a maintenant deux fluides, de densité rho1 au dessus et rho2 en dessous de l'interface. Obtenez la relation de dispersion par les mêmes étapes. Il y a maintenant deux potentiels des vitesse phi1 et phi2 de chaque côté de l'interface. Les conditions d'interface sont: continuité de la pression et continuité de la vitesse tangentielle à l'interface. (ici, on ne prend pas en compte la tension de surface)

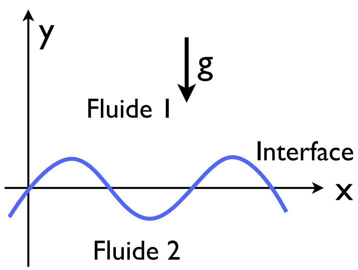
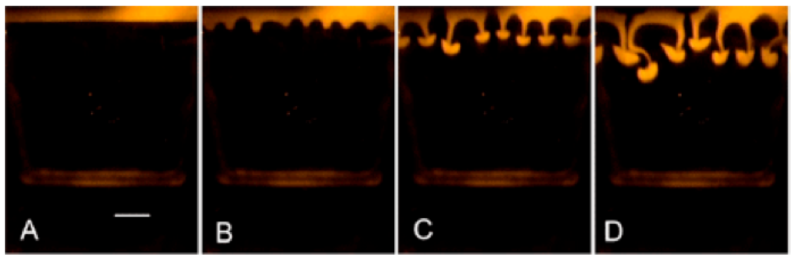


Illustration: Le fluide lourd au dessus est initialement maintenu en place par l'application d'un champ magnétique: le système est donc initialement stabilisé par cet effet ajouté. On peut observer l'instabilité lorsque le champ magnétique est éteint: croissance d'une onde qui se transforme en champignons par les effets non linéaires



Ex2

Saffman-Taylor:
On considère l'instabilité de Saffman-Taylor: le fluide 2 pousse le fluide 1 dans un milieu poreux. Formulation en potentiel des vitesses: conservation de la masse exprimée grâce à l'équation du Laplacien du potentiel des vitesses comme precedemment. Par contre, la relation entre la vitesse et la pression n'est plus décrite par l'équation de Bernoulli, mais par l'équation de Darcy: la vitesse est opposée au gradient de pression:

$$\vec{u} = -\frac{\kappa}{\mu}\nabla p$$

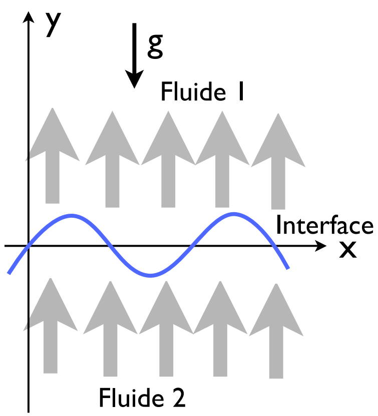
avec kappa la perméabilité du milieu poreux, et mu la viscosité du liquide. Comme précedemment, on considère phi1 et phi2 les potentiels des vitesses des fluides 1 et 2.

1) Etat de base: on considère tout d'abord que la gravité est négligeable. le fluide 2 pousse le fluide 1 à vitesse V vers le haut. Calculer la répartition de pression de cet état de base.

2) En déroulant la même procédure que lors du cours obtenir la relation de dispersion de ce problème de stabilité.

3) On rajoute maintenant l'effet stabilisateur de la gravité, qui va entrer en compte de manière équivalente au cas de Rayleigh-Taylor par le biais de l'état de base. Obtenez la relation de dispersion et tracer la courbe neutre.

4) On rajoute maintenant également l'effet stabilisateur de la tension de surface sigma.



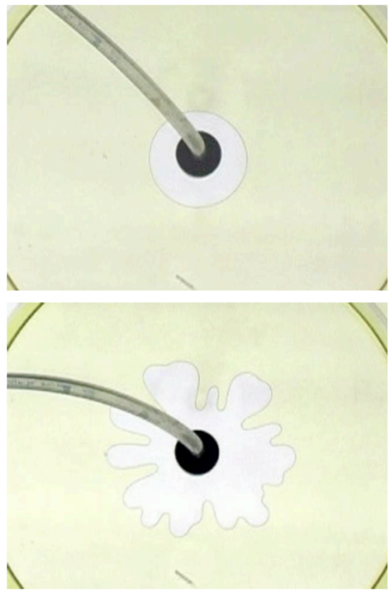


Illustration: l'équation de Darcy est aussi un bon modèle pour l'écoulement en celulle de Hele-Shaw: deux plaques parallèlles proches l'une de lautre. ici on observe l'instabilité dans une configuration à symetrie de révolution