

# Une instabilité d'origine visqueuse pour l'atomisation

ANNE BAGUÉ, JERÔME HOEPFFNER & STÉPHANE ZALESKI

Institut Jean Le Rond D'Alembert, UPMC, UMR 7190 CNRS, case 161-162, Tour 55-65 - 4, Place Jussieu, 75252 PARIS Cedex 05

## Résumé :

*Le cisaillement entre un jet liquide et le gaz qui l'entoure mène à une instabilité traditionnellement analysée en fluides parfaits. La viscosité fait apparaître de nouveaux modes de destabilisation. Nous étudions ici la compétition de ces différentes instabilités. Les simulations sont poussées jusqu'au régime non linéaire de sorte à donner des pistes pour leur distinction expérimentale. Pour cela, un code de stabilité et un code de simulation directe sont utilisés.*

## Abstract :

*Shear between liquid jet and surrounding gas leads to an instability usually analysed in perfect fluids. Viscosity does appear new destabilisation modes. We are studying here the competition between different stabilities. Simulations are pushed into the non linear regime with the intention to give tracks for the experimental distinction. For this, a stability code and a direct simulation code are used.*

## Mots clefs : atomisation, cisaillement

Le processus d'atomisation est au centre de nombreuses applications industrielles. Par exemple dans les moteurs à injection, l'essence est atomisée sous forme de gouttelettes dans la chambre à combustion. Les techniques de simulations permettent d'estimer le rendement du moteur, la qualité de combustion et les émissions polluantes.

Quand un jet liquide s'atomise avec un gaz qui l'entoure, une instabilité apparaît [1]. Dépendant des propriétés du liquide et du gaz et des fluctuations introduites dans l'écoulement, une forte interaction est produite entre le jet et le gaz. Ces perturbations, qui, initialement, ont un comportement linéaire, augmentent et créent de fins ligaments qui éventuellement se séparent sous forme de gouttelettes [2].

Nous nous sommes intéressé à cette instabilité d'écoulement cisailé. Traditionnellement l'analyse est faite pour des fluides parfaits. Or la viscosité fait apparaître une existence simultanée de modes instables pour un même nombre d'onde. Notre recherche s'est orientée vers ces modes, afin d'effectuer des simulations numériques directes poussées jusqu'au régime non linéaire pour une distinction claire pour les expérimentateurs et le degré d'importance de ces modes.

Pour effectuer les calculs, deux codes sont utilisés : un pour la théorie de stabilité linéaire et l'autre pour les simulations du cisaillement. La théorie linéaire est établie sous matlab à l'aide des équations de Navier-Stokes linéarisées, qui sont résolues à l'aide des polynômes de Chebychev. Le code utilisé pour faire les simulations (GERRIS) [3] est basé sur la méthode 'Volume of Fluid' avec un maillage adaptatif et implémenté avec la discrétisation spatiale quad/octree.

## 1 Théorie linéaire visqueuse

Quand un liquide est atomisé avec un gaz environnant, l'analyse de l'évolution des petites amplitudes de perturbation introduites dans le fluide peut être faite à l'aide de la théorie linéaire appliquée à deux fluides.

### 1.1 Profils de vitesse de l'écoulement de base

Dans un référentiel où la vitesse est nulle à l'interface stationnaire, nous prenons comme expression [4] pour la vitesse de l'écoulement de base (Figure 1)

$$U_l(y) = -U_l^* \operatorname{erf}(y/\delta_l) \quad (-L_l < y < 0), \quad (1)$$

$$U_g(y) = U_g^* \operatorname{erf}(y/\delta_g) \quad (0 < y < L_g), \quad (2)$$

avec les indices  $l$  et  $g$  désignant le liquide et le gaz et l'interface coïncide avec la coordonnée transversale  $y = 0$ . Nous remarquons que la diffusion visqueuse, qui fait lisser les profils, n'a pas d'effet dans les temps courts, c'est-à-dire ceux qui nous intéressent.

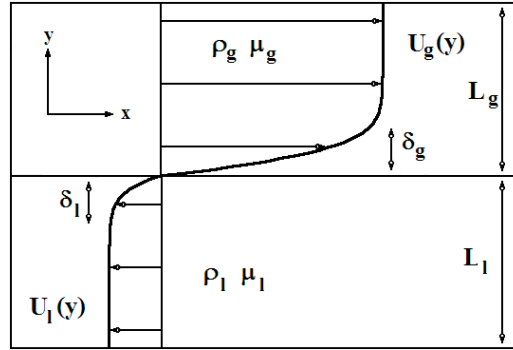


FIG. 1 – Paramètres et profil de l'écoulement de base pour le liquide et le gaz.

Les deux vitesses  $U_l^*$  et  $U_g^*$ , loin de l'interface et supposées uniformes, et les épaisseurs de couche limite  $\delta_l$  et  $\delta_g$  sont couplés avec les viscosités  $\mu_l$  et  $\mu_g$  par la continuité de contrainte de cisaillement à l'interface :

$$\frac{\mu_l U_l^*}{\delta_l} = \frac{\mu_g U_g^*}{\delta_g}. \quad (3)$$

Les paramètres sans dimensions et physiques du problème sont les rapports de densité, viscosité et épaisseurs de couche limite

$$r = \frac{\rho_g}{\rho_l}, \quad m = \frac{\mu_g}{\mu_l}, \quad n = \frac{\delta_g}{\delta_l}. \quad (4)$$

Nous définissons les nombres de Reynolds pour le liquide et le gaz comme suit :

$$Re_l = \frac{\rho_l U_l^* \delta_l}{\mu_l}, \quad Re_g = \frac{\rho_g U_g^* \delta_g}{\mu_g}. \quad (5)$$

## 1.2 Problème aux valeurs propres visqueux

Le problème de stabilité linéaire est formulé en deux dimensions et sans gravité pour les deux phases. Aux profils de base, une petite perturbation est introduite pour la vitesse et la pression dans les deux phases :

$$u(x, y, t) = U(y) + u(x, y, t), \quad (6)$$

$$v(x, y, t) = 0 + v(x, y, t), \quad (7)$$

$$p(x, y, t) = 0 + p(x, y, t). \quad (8)$$

Ainsi, les équations de Navier-Stokes linéarisées deviennent dans les deux phases :

$$\partial_x u + \partial_y v = 0, \quad (9)$$

$$\rho \partial_t u + \rho U \partial_x u + \rho v \partial_y U = -\partial_x p + \mu (\partial_{xx} u + \partial_{yy} u), \quad (10)$$

$$\rho \partial_t v + \rho U \partial_x v = -\partial_y p + \mu (\partial_{xx} v + \partial_{yy} v). \quad (11)$$

La perturbation est exponentielle en temps et pour la coordonnée longitudinale  $x$  pour les deux phases :

$$u(x, y, t) = \frac{1}{2} \left( \hat{u}(y) e^{i\alpha(x-ct)} + \overline{\hat{u}(y) e^{i\alpha(x-ct)}} \right), \quad (12)$$

avec  $\bar{f}$  représentant le conjugué du complexe  $f$  et la même décomposition pour  $v$  et  $p$ . Le nombre complexe  $c = c_r + ic_i$  dépendant du nombre d'onde réel  $\alpha$ , le taux de croissance correspond à  $\alpha c_i$ .

Ces équations sont résolues en utilisant les polynômes de Chebychev. Ainsi, nous obtenons un système aux valeurs propres qui est résolu avec matlab.

Pour la théorie non visqueuse, généralement, nous utilisons des profils de base pour la vitesse linéaires [5]. Cependant, afin d'avoir une bonne coorespondance entre la théorie visqueuses et la non visqueuse, nous utilisons le même profil de base que nous avons aux équations (1)-(2). De plus, nous considérons  $\mu = 0$  et les termes visqueux sont ainsi enlevés des équations (10)-(11).

## 2 Analyse des résultats

Pour analyser les résultats, nous avons fixé les rapports de viscosité, densité et épaisseur de couche limite et nous avons fait varier le nombre de Reynolds (Table 1). Nous avons pris comme longueur du domaine, les mêmes pour le liquide que pour le gaz ( $L_l = L_g = L$ ).

cas	$m$	$r$	$n$	$\delta_{g_0}/L$	$Re_g$
A	0.012	0.0012	1	1/6	30000
B	0.012	0.0012	1	1/6	60000

TAB. 1 – Paramètres physiques des profils de base.

Pour ces paramètres, plusieurs modes instables apparaissent [5] (Figure 2).

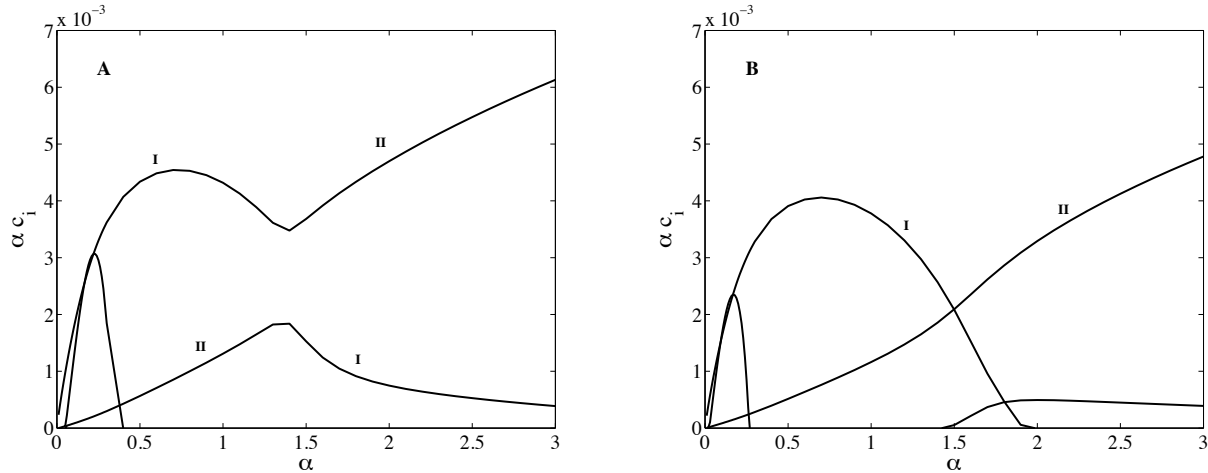


FIG. 2 – Structure des modes pour le problème de stabilité visqueuse pour les cas *A* (gauche) et *B* (droite) du Tableau 1.

Nous nous sommes intéressés aux deux premiers modes. Le mode I peut être associé au mécanisme de Kelvin-Helmholtz et le II à celui de Hinch [6]. Pour des grands Reynolds, les deux modes se croisent et la dominance de mode change : le mode I est plus instable pour les petits nombres d'onde tandis que le mode II l'est pour les plus grands, comme nous pouvons l'observer pour le cas  $Re_g = 60000$ . Cependant lorsque le Reynolds diminue, une confusion apparaît. En effet, pour le cas  $Re_g = 30000$ , les deux modes ne se croisent pas mais il y a un point où le taux de croissance est dévié du mode I au II et du II au I.

### 2.1 Point de déviation

Pour  $Re_g = 30000$ , nous avons une confusion de mode qui apparaît car les deux modes les plus instables n'ont pas de taux de croissance en commun. Ainsi, nous avons cherché, pour différents nombres de Reynolds, lorsque les deux modes tendent à se croiser, avec les mêmes rapports  $m$ ,  $r$  et  $n$ . Puis nous les avons comparés dans le plan complexe pour les Reynolds autour de cette limite (Figure 3). De plus, étant donné que nous considérons la perturbation exponentielle  $i\alpha(x - ct)$ , la partie réelle du mode est  $\alpha c_i$  et sa partie imaginaire est  $-\alpha c_r$ .

Nous constatons que lorsque les modes ne se croisent pas, la partie imaginaire du mode le plus instable diminue alors que celle du deuxième mode augmente sans jamais se croiser. Tandis que lorsque les deux modes se croisent, le mode I de Kelvin-Helmholtz a toujours sa partie imaginaire plus grande que celle du mode II de Hinch. Il est aussi intéressant d'observer le comportement lorsque le Reynolds diminue à celui du cas sans viscosité.

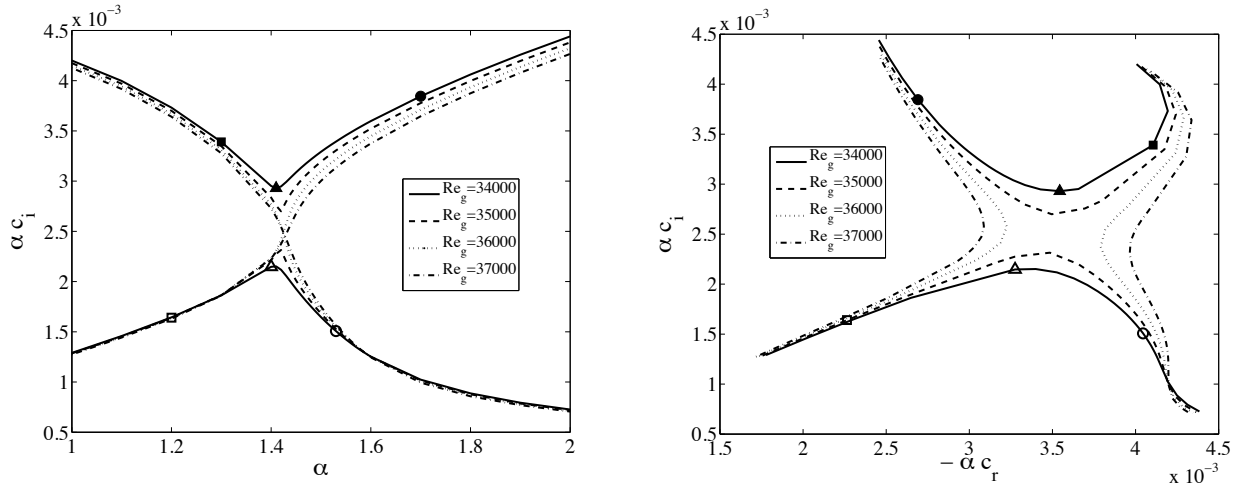


FIG. 3 – Structure des mode I et II pour le problème de stabilité visqueuse (gauche) avec leurs correspondances dans le plan complexe (droite).

## 2.2 Comparaison avec le cas non-visqueux

Nous avons comparé les cas visqueux et non visqueux par rapport à différents Reynolds (Figure 4).

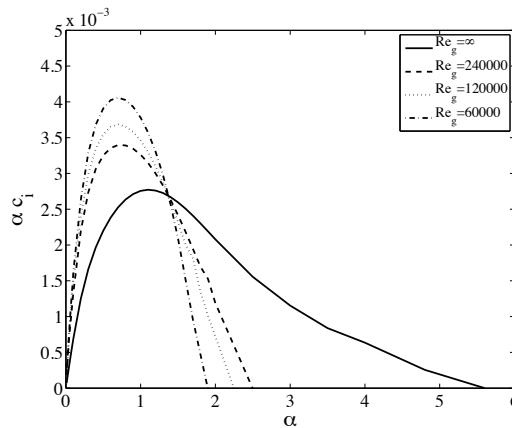


FIG. 4 – Structure du mode I pour le problème de stabilité à différents Reynolds.

Il est étonnant que le mode I, qui est associé au mécanisme non visqueux de Kelvin-Helmholtz, soit plus instable pour Reynolds fini pour les petits nombres d’onde, alors que l’on se serait attendu à ce que la viscosité soit stabilisatrice.

## 3 Taux de croissance identiques

Un point intéressant est d’observer les différences entre les deux modes à l’aide de simulations, afin de mieux comprendre leur mécanisme. Pour cela, nous avons pris les longueurs du domaine transversales identiques ( $L_g = L_l = L = 1.5$ ) et avons définis la longueur longitudinale par  $L_x$  les paramètres de la Table 2.

$m$	$r$	$n$	$Re_l$	$\delta_g/L$	$L_x/L$	$Re_g$
0.1	0.01	1	1000	0.2977	2/3	1000

TAB. 2 – Paramètres physiques des profils de base.

Nous constatons qu’il y a bien deux modes instables (Figure 5). De plus, le taux de croissance du mode I a un point en commun avec celui du mode II, pour  $\alpha = 1.8708$ . Nous avons effectué des simulations numériques pour ce nombre d’onde pour les deux modes avec GERRIS.

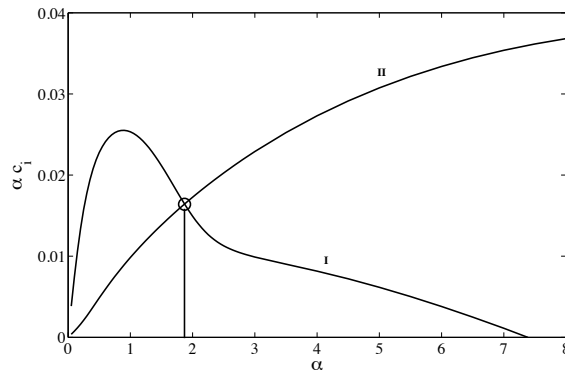


FIG. 5 – Structure des mode I et II pour les paramètres du Tableau 2 avec le point en commun en  $\alpha = 1.8708$  (o).

Pour faire les simulations, nous avons pris des conditions aux limites, pour les frontières verticales, périodiques. Les valeurs initiales sont celles obtenues avec les vecteurs propres de la théorie linéaire. Nous avons représenté la position de l'interface par rapport au temps pour les deux modes à la Figure 6. De plus, nous avons enlevé des lignes, par rapport au temps, afin de mieux voir la dynamique des grandes déformations.

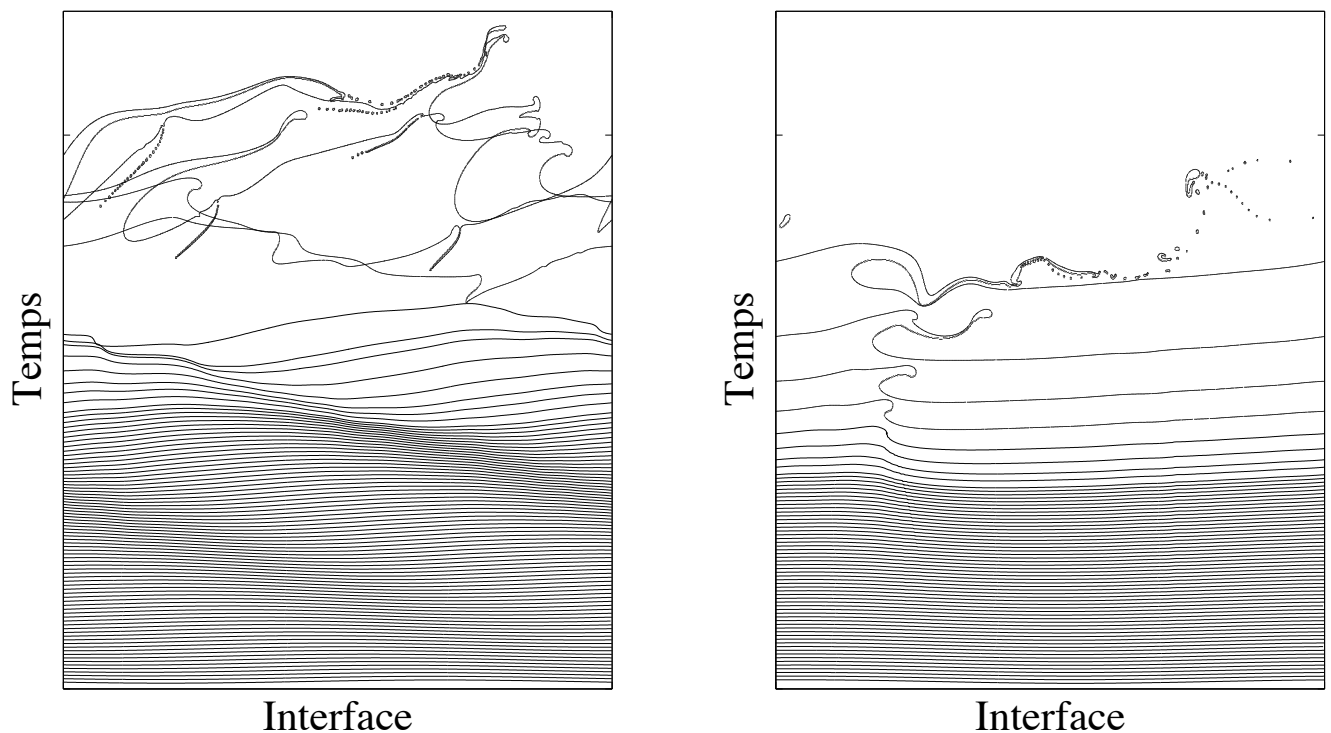


FIG. 6 – Evolution de la position l'interface par rapport au temps pour les modes I (gauche) et II (droite).

Nous observons deux mécanismes d'instabilité différents. Pour le mode I, celui associé à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, l'onde de surface évolue avec une vitesse de phase qui va de droite à gauche avec une énergie bien répartie. Pour le mode II, celui associé à la théorie de Hinch, elle reste quasi stationnaire et il y a une concentration en un point de toute l'énergie. De plus, dans le régime non-linéaire, on obtient des comportements différents. En effet, pour le mode I, des doigts se forment à l'extrémité, pour ensuite se rabaisser. Pour le mode II, un doigt apparaît à l'extrémité et se sépare en gouttelettes.

## Conclusions

Pour de mêmes paramètres, la théorie linéaire visqueuse fait ressortir plusieurs modes. Pour les petits nombres d'onde, le mode le plus instable est celui apparenté au mécanisme de Kelvin-Helmholtz, qui tend vers la théorie non visqueuse pour de grands Reynolds. Tandis que pour les grands nombres d'onde, il est associé à l'instabilité de Hinch. Dépendant du nombre de Reynolds, ces deux modes peuvent avoir le même taux de croissance pour un nombre d'onde identique, ce qui fait ressortir un comportement différent dans le plan complexe de la fréquence propre.

Lorsque les deux modes ont un même taux de croissance, nous constatons des différences lorsque nous faisons des simulations avec GERRIS. Pour l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, l'énergie est bien répartie avec une onde de surface évoluant, tandis que pour celle de Hinch, elle se concentre en un point avec une onde de surface quasi stationnaire.

De plus, les effets de tension de surface ont été négligé car pour l'atomisation, les forces inertielles sont dominantes par rapport à celles de la tension de surface.

## Références

- [1] Yecko P., Zaleski S., and Fullana J.-M. Viscous modes in two-phase mixing layers. *Phys.Fluids*, 14, 4115–4122, 2002.
- [2] Boeck T., Li J., López-Pagés E., Yecko P., and Zaleski S. Ligament formation in sheared liquid-gas layers. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 21, 59–76, 2007.
- [3] Popinet S. Gerris : a tree-based adaptive solver for the incompressible euler equations in complex geometries. *J. Comput. Phys*, 190, 572–600, 2003.
- [4] Boeck T. and Zaleski S. Instability of two-phase mixing layers : analysis of exact and approximate base flows from boundary layer theory. *J. Non-Equilib. Thermodyn.*, 30, 215–224, 2005.
- [5] Boeck T. and Zaleski S. Viscous versus inviscid instability of two-phase mixing layers with continuous velocity profile. *Phys. Fluids*, 17, 032106, 2005.
- [6] Hinch E. A note on the mechanism of the instability at the interface between two shearing fluids. *J. Fluid Mech.*, pages 463–465, 1984.