MODÉLISATION DE L'ÉCOULEMENT SANGUIN: MISE EN ŒUVRE D'UNE MÉTHODE INVERSE NON INVASIVE POUR DÉTERMINER LA VISCOSITÉ ET LA COMPLIANCE.

P.-Y. LAGRÉE,
Laboratoire de Modélisation en Mécanique
UMR 7607 Boîte 162
Université Paris 6, 75252 Paris
pyl@ccr.jussieu.fr

INTRODUCTION

Notre but est de pouvoir mesurer deux paramètres importants que sont la viscosité et la compliance d'un écoulement sanguin dans une grosse artère et ce à partir de mesures Doppler non invasives. Pour ce faire, on construit un modèle intégral simplifié (car de très nombreux cycles d'itérations numériques seront nécessaires). Ce système de type "propagation d'ondes" (Pedley [1]) est obtenu par intégration des équations sur la section, il dépend de ces deux paramètres. On suppose que l'on puisse effectuer trois mesures (en $x_1<x_2<x_3$) du déplacement de l'artère en fonction du temps (au cours d'une période complète). En utilisant les mesures aux deux valeurs extrêmes (en x_1 et x_3) comme conditions aux limites du modèle intégral, on construit une méthode visant à trouver le jeux de paramètres tel que le résultat du calcul en x_2 prédise au mieux la mesure en ce point. Comme nous n'avons pas pour l'instant de données cliniques, nous utilisons les résultats numériques de la simulation directe du système de Ling & Atabek [2] (sans approximations) comme "données expérimentales".

MÉTHODE et RÉSULTATS

Le sang est supposé être un fluide newtonien vérifiant les équations de Navier- Stokes. On décrit de manière très simple la dynamique de la paroi (son déplacement est supposé uniquement radial) à l'aide d'une loi linéaire (le déplacement est proportionnel à la pression). La longueur d'onde du phénomène étant bien plus grande que le diamètre de l'artère, on simplifie ce système en un système de type "couche limite" posé par Ling & Atabek [2]. On simplifie encore plus en adaptant les méthodes intégrales de K'armán Pohlhausen [3]: les profils utilisés pour la fermeture sont ceux de Womersley [3]. On a enfin un système d'équations aux dérivées partielles (en x et t) nonlinéaires couplées.

Dans un premier temps, on fixe la viscosité et la compliance comme des données et on compare directement (et favorablement) les résultats de la méthode intégrale à ceux des équations de "couche limite" complètes [2]. Dans un second temps on construit une méthode de rétropropagation (méthode inverse, Chavent [4]) pour le calcul de l'élasticité à partir de données échographiques (dans le futur, mais pour l'instant à partir de [2]). On ne discutera pas des problèmes expérimentaux concernant la précision des données. Ce type d'approche nécessite d'une part une modélisation relativement fidèle, proposée plus haut, et d'autre part l'introduction d'une méthode d'identification des paramètres à partir des données expérimentales. On définit un problème adjoint au problème de l'écoulement sanguin afin de minimiser une fonction de coût qui traduit l'écart entre la solution prédite par la théorie et les valeurs "expérimentales" (qui sont ici, rappelons le, les résultats de la simulation de [2]). Partant, pour le modèle intégral, de valeurs quelconques de α (nombre de Womersley lié à la viscosité) et de l'élasticité k de l'artère, on retrouve bien, par rétropropagation, la valeur introduite dans la simulation: deux exemples reproduisant l'historique de (α,k) en fonction du nombre d'itérations sont sur la figure 1.

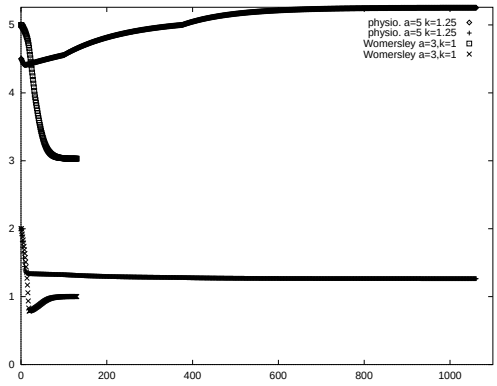

fig 1. deux historiques de (α,k) en fonction du nombre d'itérations. un cas α=3 k=1, (avec la solution de Womersley simulée qui converge en 130 itérations), un second cas α=5, k=1.25 (avec une solution correspondant à un signal à deux bosses ressemblant à un pulse physiologique (environ 1000 itérations).

DISCUSSION et CONCLUSION

Nous avons vérifié de manière directe et inverse la fidélité de notre modélisation. L'erreur entre le α simulé et celui retrouvé est de 5% dans le cas le plus sévère, l'erreur sur k étant de moins de 1%. Le nombre d'itérations peut être réduit (c'est ici l'algorithme du gradient à pas constant). Il faudrait maintenant passer à de vraies données expérimentales et inclure d'autres effets: variation de section de l'artère, viscoélasticité, utilisation du système de Ling & Atabek lui même... autant de paramètres que l'on essaiera d'ajuster de manière à ce que le modèle prédise au mieux la mesure.

RÉFÉRENCES

[1] T. J. PEDLEY (1980) "The Fluid Mechanics of Large Blood Vessel", Cambridge University press.
[2] S.C. LING & H.B. ATABEK (1972) JFM, 55, 493-511.
[3] H. SCHLICHTING (1987) "Boundary layer theory", Mc Graw Hill.
[3] J. R. WOMERSLEY (1955) Philosophical Magazine, 46, 199-221.
[4] G. CHAVENT (1979) Proceedings of the 5th. IFAC Symposium on Identification and System Parameters Estimations, 85-97.