Résolution des équations de couche limite interactive instationnaire et applications.

Rapport Final de l'Action Incitative du DSPT8 en Mécanique des Fluides.

Février 1997

Lagrée Pierre-Yves.

Laboratoire de Modélisation en Mécanique
C.N.R.S. U.R.A. 229
Université PARIS 6
Boîte 162
4 place Jussieu
75252 Paris Cedex 5
tel.: 01 44 27 25 59, Fax.: 01 44 27 52 59
mess.e.: pyl@ccr.jussieu.fr

Résumé général

Dans les trois chapitres qui vont suivre, nous nous sommes intéressés à un système d'équations de type "couche mince instationnaire laminaire". La forme générale est obtenue à partir des équations de Navier Stokes, en supposant qu'il existe une région d'épaisseur faible où les effets visqueux sont importants:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \varepsilon\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \text{ et } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

+ conditions aux limites.

Les coefficients sans dimensions qui interviennent sortiront de l'analyse phénoménologique des équations. L'ingrédient supplémentaire sera le couplage éventuel entre cette région mince de fluide visqueux et une autre région.

Dans le chapitre n°2 "*équations de couche limite instationnaire*", nous aurons $\varepsilon=1$ et $\nu=1$. La région extérieure sera le fluide parfait. Nous constaterons le phénomène, désormais classique, de singularité au bout d'un temps fini apparaissant après la séparation dans le cas non couplé. Lorsque la couche limite rétroagit sur le fluide parfait par un couplage faisant en jeu l'épaisseur de déplacement, nous observerons qu'il est impossible de calculer la séparation de par l'apparition d'une instabilité de type Kelvin Helmoltz .

Dans le chapitre n°3 "*application aux équations de Triple Couche, génération d'ondes T.S.*" nous aurons $\varepsilon=1$ et $\nu=1$. Mais les échelles seront celles du pont inférieur de la "triple couche" (Triple Deck). La rétroaction se fera avec le fluide parfait (pont inférieur) via le déplacement des lignes de courant dans la couche limite (pont principal). De même nous constaterons l'apparition d'une instabilité d'ondes courtes dans la région séparée. De manière plus intéressante, nous générerons des Ondes de Tollmien Schlichting en faisant vibrer une bosse et en superposant une modulation de la vitesse extérieure (réceptivité). Nous observerons les débuts de l'évolution non linéaire de l'onde TS.

Dans le chapitre 3 "*modélisation de l'écoulement sanguin par une approche de type couche limite instationnaire; mise en oeuvre d'une méthode inverse pour trouver l'élasticité de la paroi et la viscosité du fluide*" nous aurons $\varepsilon<<1$ et $\bar{\nu}=2\pi/\alpha^2$. Il s'agira de l'écoulement dans un tuyau souple. Le rôle du fluide parfait sera joué par la paroi dont la variation de rayon, liée à la vitesse transverse, induira une rétroaction de pression. Ces équations ne présenteront pas de singularité dans le cas d'écoulements pulsés mais éventuellement des chocs. Une méthode intégrale sera aussi construite pour résoudre plus rapidement ces équations et pour permettre la mise en oeuvre d'une méthode inverse dans le but de retrouver les paramètres optimaux de viscosité et de raideur de paroi de l'écoulement en fonction de données simulées.

Dans les trois cas la résolution numérique est effectuée de manière très simple par une discrétisation par différences finies, implicite pour le terme visqueux et explicite pour le terme non linéaire.