

## Estimation de profils de vitesses

C. Segoufin, B. Fabre  
 Laboratoire d'Acoustique Musicale, UPMC, 11 rue de Louvain 75015 Paris  
 P.-Y. Lagree, K. Goormann  
 Laboratoire de Modification Mécanique, Boite 162, UPMC, 4 Place Jussieu 75252 Paris  
 J. van den Tiligt  
 Université Technique d'Eindhoven, postbus 513, 5300 MB Eindhoven, Hollande

**Résumé :** Un jet soumis à un champ acoustique transverse propage des perturbations dont les coefficients d'amplifications sont fortement liés au profil de vitesse du jet en son point de formation (lumière d'un canal). Dans un premier temps, l'instabilité du jet est étudiée pour différents profils de vitesse. La géométrie du canal de formation du jet va être déterminée pour le profil de vitesse en sortie. Plusieurs techniques (mesures au fil chaud, simulations numériques) sont ensuite présentées pour permettre la détermination du profil de vitesse du jet en sortie de canal, en fonction de la géométrie du canal.

### Introduction

La production du son dans les instruments de type flûte à bec est le résultat de l'interaction entre un jet d'air issu d'un canal et un champ acoustique provenant d'un résonateur. Le jet est intrinsèquement instable et sous l'effet d'un champ acoustique, il va se trouver perturbé (réceptivité) et il va amplifier cette perturbation en la propageant (instabilité). Le comportement du jet (instabilité et réceptivité) est étroitement lié à son profil de vitesse à la sortie du canal (lumière) [Blak83]. C'est en effet là que se concentre l'interaction entre le champ acoustique transversal et le jet.

Selon les facteurs, le choix des caractéristiques géométriques du canal (en particulier longueur, convergence...) est crucial du point de vue des possibilités de jeu et de la qualité du son produit. Les choix effectués se répartissent sur le profil de vitesse de l'écoulement dans le canal, juste avant la lumière. Le profil de vitesse du jet à la lumière est intimement lié au profil dans le canal juste avant la séparation, même si cette relation n'est pas connue analytiquement. Ainsi, à une géométrie de canal donnée va correspondre un profil de vitesse de jet particulier à la lumière et donc un comportement de jet original. L'étude de l'influence de la modification du profil géométrique du canal de formation du jet nous a ainsi amené à estimer le profil de vitesse du jet à la lumière.

Des mesures sur un instrument avec deux longueurs possibles de canal ont pu être interprétées par des hypothèses faites sur le profil de vitesse du jet [Seg00]. Plusieurs autres techniques sont comparées ici : mesures au fil chaud, simulation numérique de Type Navier-Stokes (NS) ou de Type Reduced Navier Stokes (RNS) - et les premiers résultats obtenus sont présentés.

### Position du problème

Si on suppose un écoulement uniforme (profil de vitesse carré) en entrée de canal, ce profil va se modifier en s'éloignant à mesure que l'écoulement parcourt le canal et que les couches limites se développent, par action de la viscosité sur les murs. A la lumière, l'angle formé par la paroi étant un point singulier, l'écoulement se sépare de la paroi et un jet est formé. Le profil de vitesse du jet va alors évoluer rapidement et va s'étruser en s'éloignant, par entraînement de l'air environnant sous l'action de la viscosité. Bickley [Bick37] a montré que pour un écoulement provenant d'une fente infiniment petite, le jet s'étale jusqu'à prendre un profil de vitesse de la forme :

$$U(y) = U(x,0) \operatorname{sech}^2(y/b(x))$$

(y est l'axe perpendiculaire à l'axe de propagation x) où  $2b(x)$  mesure la largeur du jet à la position x.

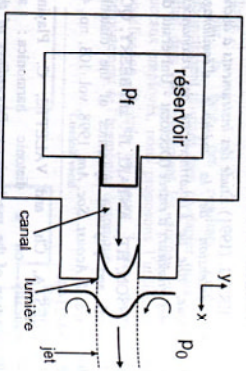


Figure 1 - A la lumière, le profil de vitesse du jet formé est étalé et émousé par rapport à celui de l'écoulement dans le canal. L'air environnant est entraîné.

Le jet formé est intrinsèquement instable, et va être particulièrement sensible à son point de décollement à la perturbation due au champ acoustique transversal. Cette

perturbation va alors se propager en s'amplifiant le long du jet et celui-ci va se mettre à osciller de part et d'autre du biseau. Pour un jet 2D semi-infini, les solutions ondulatoires sinusoïdales de la perturbation sont de la forme :

$$w = \varphi(y) e^{i(\omega t - \alpha x)}$$

où  $w'$  est la fonction courant,  $\varphi'$  l'amplitude complexe,  $\omega$  la pulsation imposée et  $\alpha$  le nombre d'onde. Suivant les analyses de Verge [Verg94], on se place dans le cadre d'une analyse spatiale i.e.  $\omega$  réel et  $\alpha = \alpha_r + i \alpha_i$  complexe,  $\alpha_r$  représentant alors le coefficient d'amplification de la perturbation et  $\alpha_i$  sa vitesse de propagation sur le jet.

Des analyses théoriques portant sur des jets infiniment longs, et dont le profil de vitesse est supposé non évolutif, montrent que la dépendance en fréquence du coefficient d'amplification  $\alpha_r$  est étroitement reliée au profil de vitesse du jet  $U(y)$  [Blak83][Mat71]. Par conservation de la vortacité pour un jet 2D semi-infini et incompressible, on obtient une relation de dispersion que l'on peut résoudre numériquement, pour un profil de vitesse et un nombre de Strouhal  $St_r = \omega b/U(0)$  donnés. [Mac05].

### Modèle élémentaire de profil de jet

Lorsqu'un profil de vitesse de Poiseuille est atteint en sortie de canal, il est d'usage d'approximer le profil de vitesse du jet à la lumière par un profil de Bickley. Le paramètre  $b$  est déterminé par conservation du moment (pas de forces extérieures) et van Zom [van00] a montré que la vitesse au centre  $U(0)$  est bien approximée par la formule de Bernoulli :

$$U(0) = \sqrt{2(p_0 - p_1) / \rho}$$

avec  $p_1$  pression d'alimentation,  $p_0$  masse volumique de l'air. Ces hypothèses sont basées sur le fait que la viscosité ne se fait sentir en première approximation que sur les couches externes du jet.

Au point de formation du jet, les mesures de Nolle [Nol89] ont montré que cette approximation de profil de vitesse de jet par un profil de Bickley n'est pas réaliste et qu'il convient de considérer un profil plus adapté à la lumière. Nolle suggère alors d'utiliser une famille de profils de vitesse de la forme :

$$U(y) = U(0) \operatorname{sech}^2(y/b^n)$$

où plus  $n$  est grand, plus le profil est aplati. Le couple de paramètres  $(n, b)$  est estimé en considérant trois hypothèses à la lumière :

1. conservation de la vitesse centrale du jet
2. conservation de la quantité de mouvement
3. hypothèse reposant sur l'idée que si le profil fondamental est modifié.

Cette méthode a été utilisée lors d'une précédente expérience portant sur l'étude de l'influence de la longueur de canal, et a donné des résultats intéressants quant à l'interprétation des comportements expérimentaux [Seg00].

La détermination du profil de vitesse de jet à la lumière peut donc permettre d'interpréter des résultats expérimentaux, éventuellement de prévoir les effets possibles de la modification de la géométrie du canal. Dans les flûtes réelles, on trouve généralement un canal long et convergent. Plusieurs types de convergences existent, principalement regroupées en deux catégories : le mur inférieur du canal reste droit, mais le mur supérieur est soit lentement convergent, soit incurvé.

Etudier l'influence de ces caractéristiques par l'expérimentation (visualisation, mesure de pression, mesure au fil chaud) est long et fastidieux, il serait intéressant de pouvoir faire une estimation du profil de vitesse du jet à la lumière. Plusieurs techniques sont envisageables : après un bref aperçu de la solution expérimentale par mesure au fil chaud, on développe plusieurs outils de simulation numérique.

### Mesure de profil de vitesse au fil chaud

Une technique expérimentale pour déterminer le profil de vitesse est la mesure au fil chaud à différentes distances de la lumière et pour différentes valeurs de Reynolds  $Re = U(0)/\nu$  ( $\nu$  la viscosité cinématique de l'air). On fait traverser le jet par un fil micrométrique dont on mesure la variation de température induite par la vitesse locale de l'air sur le fil. Cette méthode présente l'inconvénient d'être intrusive et de perturber l'écoulement. De plus, elle ne permet pas de faire des mesures exactement à la lumière, mais légèrement après. Or comme on l'a vu précédemment, le profil de jet évolue très rapidement à cet endroit. De plus il n'est pas possible de mesurer le profil de l'écoulement interne, et la mesure du profil géométrique du canal nécessite de détruire l'instrument.

Cette technique a été utilisée à l'Université Technique d'Eindhoven sur une flûte à bec alto réelle, dont le profil de canal a été par la suite mesuré précisément : il s'agit d'un canal long, lentement convergent, présentant des arêtes de sortie biseautées (chanfreins). Les premiers résultats montrent que pour  $Re = 2000$ , le profil de vitesse devient plus adapté qu'un profil de Bickley. Il apparaît donc que la convergence du canal concourt à l'écoulement dans le canal [Jan99].

### Estimation du profil de vitesse par simulation numérique

La simulation numérique permet des estimations sur un grand nombre de géométries différentes ainsi que

l'estimation de grandeurs non mesurables (profil de vitesse interne, pressions, détails locaux etc...). Une première simulation numérique a été menée avec le logiciel FLUENT (résolution par volume fini de NS).

Cela a permis de vérifier que pour la plage de pression d'alimentation correspondant au jeu sur le premier mode du résonateur, le profil en sortie d'un canal court est plus abrupt que celui en sortie du canal long. Le profil de l'écoulement juste avant la sortie du canal long est de type Poiseuille. On corrobore aussi à posteriori le choix de profil de vitesse qui avait été fait précédemment, comme on peut le voir sur la Figure 2 : le profil de Nolle qui avait été choisi est très proche de celui obtenu avec les mêmes caractéristiques géométriques par simulation numérique avec FLUENT.

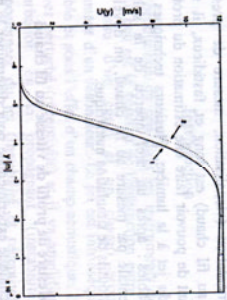


Figure 2 Comparaison du profil de vitesse en sortie de canal obtenu par simulation numérique (1) : calculé avec FLUENT (2) : calculé à partir de la famille proposée par Nolle avec  $(n=5, b=0,45)$ .

Le programme de simulation numérique FLUENT permet difficilement de faire varier la géométrie du canal, et nécessite beaucoup de temps de calcul. Nous avons donc utilisé un programme de résolution numérique pour un système réduit d'équations connus le nom de « Reduced Navier Stokes ». Ces équations sont obtenues en supposant que l'échelle longitudinale de variation de la vitesse est bien plus longue que l'échelle de variation transverse (largeur), de plus on suppose que la pression ne varie pas transversalement. Dans le cas d'un canal plan, on peut montrer que ces équations permettent de calculer l'effet denteur : c'est-à-dire le passage graduel d'un écoulement de Blasius à l'écoulement de Poiseuille [Ceb99]. Les résultats obtenus avec FLUENT et avec ce programme sont remarquablement concordants pour le canal droit. Grâce à cette technique, on peut modifier à volonté le profil du canal et obtenir une estimation du profil de l'écoulement à la lumière.

Deux types de convergence ont alors été étudiés, d'après ce qui est traditionnellement utilisé dans la

facture : le mur inférieur reste droit, mais le mur supérieur est soit lentement convergent, soit formé de deux paraboles dont le sommet se rejoint à  $x=L$  et d'une hauteur non supérieure à  $h_c=0,2^*h$ ,  $h$  hauteur de canal (1 mm en général),  $L$  longueur du canal.

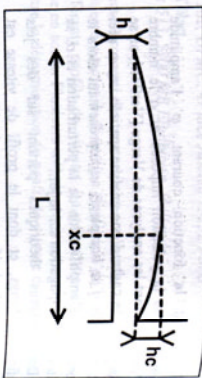


Figure 3 Profil de canal étudié : mur inférieur droit, mur supérieur incurvé, formé de deux paraboles se rejoignant en leur maximum.  $(x_c, h_c)$  position et valeur de ce maximum.

Pour le deuxième cas, on a étudié l'influence de la position du maximum  $x_c$ , ainsi que l'influence de l'importance de la convergence  $h_c$ .

Pour un profil de vitesse de type Poiseuille, la dérivée  $dU/dy$  selon  $y$  est un canal droit. On voit figuré en a1 et a2, que si pour le canal droit on atteint pratiquement un profil de vitesse de Poiseuille, la mise en place d'une paroi supérieure incurvée a une forte influence sur le profil de vitesse en sortie : le profil est nettement plus abrupt, d'autant plus que la convergence est forte. De même, on voit sur les courbes b1 et b2, que plus le sommet  $x_c$  est proche de la lumière, plus la convergence finale sera forte et plus profil en sortie va être abrupt. Plus  $x_c$  est loin de la sortie, plus la convergence est faible mais longue, et on voit apparaitre une dissymétrie notable sur le profil de vitesse en sortie.

#### Conclusion

Diverses méthodes ont été utilisées pour étudier l'influence de la modification des caractéristiques géométriques du canal de formation de jet sur un profil de vitesse à la lumière. Des mesures au fil chaud sur un canal lentement et uniformément convergent ont été faites. Cette technique de mesure ne permet pas d'avoir accès au profil interne, ni au profil à la lumière du canal. Pour cela, des simulations numériques par résolution des équations de NS nous ont permis de confirmer certaines hypothèses faites auparavant. Néanmoins, cette technique étant lourde en temps de calcul, un programme de résolution de RNS a été utilisé. Les résultats obtenus sont remarquablement concordants avec ceux obtenus par résolution de NS, la résolution

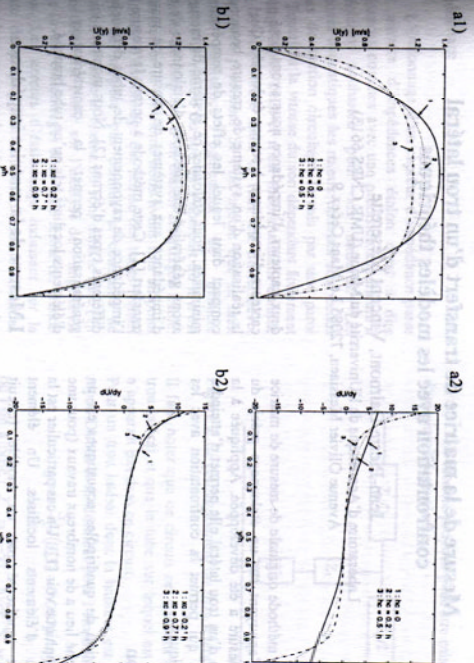


Figure 4 profil de vitesse  $U(y)$  avec sa dérivée en fonction de  $y$   $dU/dy$ . (a) : influence de la valeur de la convergence  $h_c$  (b) influence de la position du maximum  $x_c$  ( $L=10^*h, h=1mm, Re=666$  ce qui correspond à un écoulement uniforme de 10m/s en entrée de canal).

étant beaucoup plus rapide en temps. Cela nous a permis de confirmer l'hypothèse faite lors du précédent article [Seg00] que la convergence observée dans le canal de la flûte à bec permet d'aller la stabilité du canal long aux avantages d'être à un profil de vitesse abrupt i.e. meilleur contrôle de l'instrument à basse pression et enrichissement spectral.

#### Bibliographie

[Blak83] Blake W., and Powell A. (1983). The development of contemporary views of flow-tone. *Recent Advances in Acoustics*. New-York, Springer-Verlag.

[Bie437] Bieckley W. (1937). The plane jet. *Philos. Mag.* 23, 727-731.

[Ceb99] Cebecchi T., and Cousteix J. (1999). Modeling and computation of boundary layer flows. Springer.

[Jan99] Van der Tilhart J. (1999) Velocity profile at the free exit of a recorder : hot wire measurements (report), R-1491-S.

[Mar71] Mearingly G., and Criminale W. (1971). Discontinuities characteristics in a plane jet. *Phys. Fluids* 14(11), 2258-2264.

[Mic657] Michalke A. (1965). On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer. *J. Fluid Mech.* 23:521-544.

[Nol981] Nolle A. (1998). Sinuous instability of a planar jet : Propagation parameters and acoustic excitation. *J. Acoust. Soc. Am.* 103 (6), 3690-3705.

[Seg00] Séguin C., Fabre B., Vergé M., Hirschberg M., Wijandans A. (2000) Experimental study of the influence of the mouth geometry on sound production in a recorder-like instrument : windyway length and chamfers. *Acta Acustica* (en cours d'impression).

[Ver94b] Vergé M., Fabre B., Mahu W., Hirschberg A., van Hassel R., Wijandans A., de Vries J., and Hogendoorn C. (1994b). Jet formation and jet velocity fluctuations in a flue organ pipe. *J. Acoust. Soc. Am.* 95 (2), 1119-1132.

Le programme de simulation numérique FLUENT permet difficilement de faire varier la géométrie du canal, et nécessite beaucoup de temps de calcul. Nous avons donc utilisé un programme de résolution numérique pour un système réduit d'équations connus le nom de « Reduced Navier Stokes ». Ces équations sont obtenues en supposant que l'échelle longitudinale de variation de la vitesse est bien plus longue que l'échelle de variation transverse (largeur), de plus on suppose que la pression ne varie pas transversalement. Dans le cas d'un canal plan, on peut montrer que ces équations permettent de calculer l'effet denteur : c'est-à-dire le passage graduel d'un écoulement de Blasius à l'écoulement de Poiseuille [Ceb99]. Les résultats obtenus avec FLUENT et avec ce programme sont remarquablement concordants pour le canal droit. Grâce à cette technique, on peut modifier à volonté le profil du canal et obtenir une estimation du profil de l'écoulement à la lumière.