Confrontation des modèles d'écoulement dans la glotte avec les points expérimentaux*

Emmanuel Berger

June 25, 2002

Abstract

Disposant maintenant de deux formes simplifiées pour calculer la différence de pression entre le sommet d'une constriction et l'entrée, il est intéressant de les comparer aux résultats obtenus de manière expérimentale. C'est pourquoi on s'intéressera à ces points tout en gardant un contrôle par l'intermédiare du modèle I.B.L (Interactive Boundary Layer) décrit dans le précédent rapport [1]. On remarquera également une forme générale des courbes de pression et surtout la présence de constantes régissant ces courbes.

*Mesures réalisées par Mickael Deverge

1 Description des résultats expérimentaux

Les mesures ont été réalisées sur une glotte (telle qu'elle est décrite dans le rapport précedent) dont la hauteur H_0 bouge avec le temps.Le fichier est donc constitué d'un tableau comprenant dans l'ordre : le temps, la hauteur h_g, distance séparant les deux sommets de la glotte, P_t mesurée, pression à l'entrée, P_g mesurée, pression au col et enfin P_g calculé grâce à la méthose de Taithes développée par M.Deverge et C.Vilain, Schlichting [3].
En réalité, deux types de glotte ont été utilisés : une circulaire et une sous forme d'exponentielle. A partir des données fournies par les mesures, il est aisé de calculer $\alpha = \alpha(t)$ ainsi que $\Delta P = \Delta P(t)$.

2 Le problème inverse

En manipulant la relation de Bernoulli (relation (1)), la conservation du flux (relation (2)) en 2D plan avec des considérations de couche limite (à savoir que la hauteur auc col vaut $R_0 - R_0\alpha - \delta_1(col)$), on a réussi à exprimer ΔP quand on avait U_0, la vitesse en entrée,

$$\frac{P}{\rho} + \frac{U^2}{2} = constante \tag{1}$$

$$U_0 H_0 = U_{col} H_{col} \tag{2}$$

$$\Delta P = \frac{\rho U_0^2}{2}\left(\frac{1}{(1-\alpha-\delta_1(col))^2} - 1\right) \tag{3}$$

où $\delta_1(col)$ est la valeur de l'épaisseur de déplacement au col. On a de même deux approximations pour $\delta_1(col)$. On apellera δ_c la première et δ_c' la seconde (qui est une généralisation de la forme proposée dans le précédent rapport):

$$\delta_c = \sqrt{\frac{w_d}{2Re}(1-\alpha)} \tag{4}$$

$$\delta_c' = \sqrt{(1+(\frac{w_d}{2\alpha})^2)arctan(\frac{2\alpha}{w_d})}\frac{0.779(1-\alpha)}{\sqrt{Re}}. \tag{5}$$

Dans le cas des mesures réalisées sur la glotte circulaire (pour laquelle $w_d = 2\alpha$), on a donc:

$$\delta_c' = \sqrt{0.157}\frac{0.779(1-\alpha)}{\sqrt{Re}}. \tag{6}$$

Finalement il reste, pour le cas qui nous intéresse ici deux formes très simples pour δ_1,

$$\delta_c = \sqrt{\frac{\alpha(1-\alpha)}{Re}}$$

ou bien

$$\delta_c' = \frac{0.122(1-\alpha)}{\sqrt{Re}}.$$

Mais le problème réside dans le fait que Re est construit avec U_0:

$$Re = \frac{\rho U_0 H_0}{\nu}.$$

Trouver U_0 est donc un peu plus complexe, il suffit de poser $U_0' = \sqrt{\frac{2\Delta P_{\text{mesuré}}}{\rho}}$ puis d'inverser la relation (3) :

$$U = U_0'(1 - \alpha - \delta_1(col))$$

et comme $\delta_1(col)$ est fonction de Re et donc de U, il s'agit d'une suite de la forme

$$u_{n+1} = f(u_n),$$

on itère l'algorithme jusqu'à la convergence pour récupérer U_0.

3 Comparaison avec les formes simplifiées

Une fois que l'on a trouvé U_0 l'ordre de grandeur de la vitesse, il est aisé de trouver celui de la pression :

$$P^* = \rho U_0^{*2}.$$

Ainsi on peut tracer ΔP en fonction du temps accompagnée des deux formes simplifiées (en fonction de $\alpha(t)$). C'est ce que montre la figure 1, à ceci près que la forme utilisant δ_c a été corrigée d'un coefficient multiplicatif valant 0.4. On constate alors que la forme simplifiée qui utilise δ_c' comme approximation de $\delta_1(col)$ recoupe parfaitement les mesures réalisées. C'est pourquoi on préfèrera utiliser cette approximation dans la suite.

4 La courbe "universelle" de pression

4.1 Les rapports de pression

En observant les courbes de pression manipulées, on constate qu'elles ont toutes la même forme (celle de la figure 2). On notera quelques pressions remarquables comme P_{sep}, pression où la couche limite se décolle après la

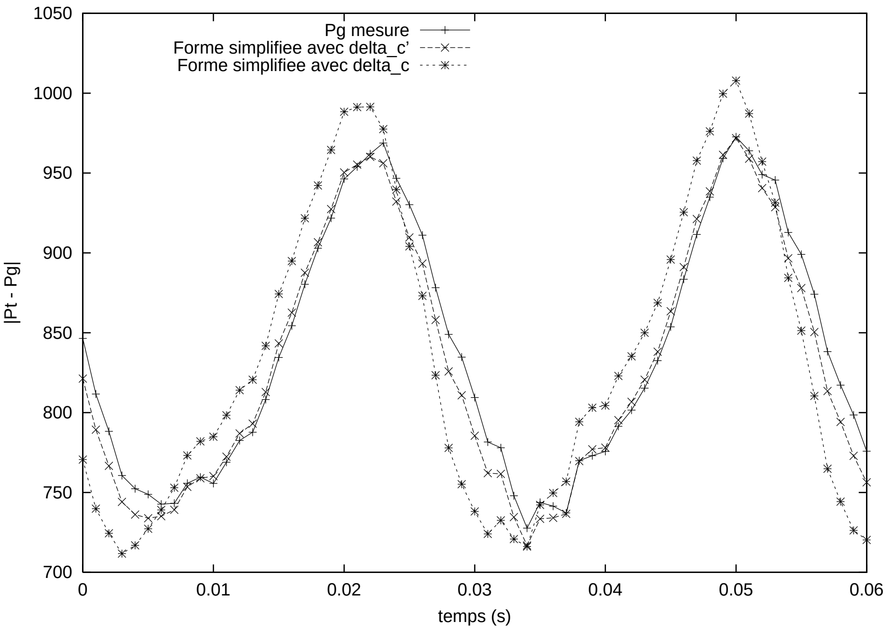

Figure 1: ΔP (relation(3))en fonction du temps, comparaison avec les points expérimentaux.

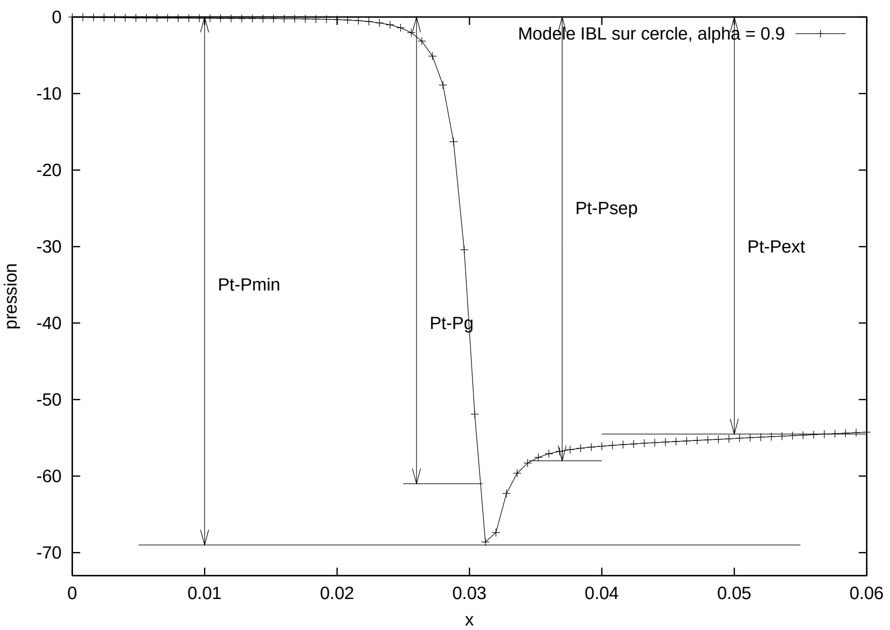

Figure 2: Forme caractéristique “universelle” de la pression. La pression en sortie n'est pas tout à fait un palier, mais elle suffisamment plate pour qu'on puisse la considérer comme telle.

bosse, P_t, pression en entrée, P_g, pression au sommet de la bosse, P_{min}, minimum de la pression et P_{ext}, pression en sortie qui correspond, pour les mesures, à la pression extérieure. La question est donc de savoir si elle sont toutes superposables (à un paramètre de dimension près). Sur la figure 3 on trouve des rapports de pressions notables pour différents α et surtout différentes géométries et (si on exclut le cas de la paroi exponentielle pour $\alpha > 0.98$, ce qui est compréhensible car la bosse devient plus haute que large, de plus cette géométrie ne correspond pas à celle employée dans les mesures.), les rapports de pressions sont ici totalement constants. On est

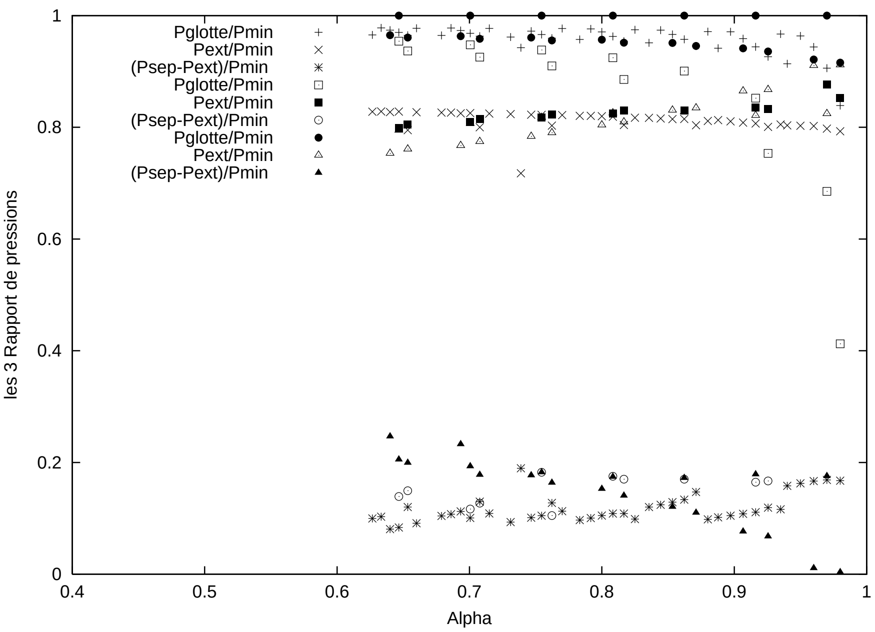

Figure 3: Les rapports de pressions sont constants.

ainsi amené à penser que toutes les courbes sont déterminées par un unique paramètre, on choisira ici le plus grand: $P_t - P_{min}$. Ainsi la figure 4 nous montre ces différents rapports aux endroits où ils apparaissent sur la courbe; c'est pourquoi on a tout ramené en adimensionné en posant $P_t - P_{min} = 1$ pour avoir les constantes correspondantes aux différentes pressions. On peut donc extraire quatre constantes (trois suffisent en réalité) qui, si on se donne une seule valeur de la pression en un de ces points caractéristiques, donnent toute la courbe de pression:

$$K_g = \frac{P_t - P_g}{P_t - P_{min}} = 0.957770,$$
$$K_e = \frac{P_t - P_{ext}}{P_t - P_{min}} = 0.812069,$$
$$K_s = \frac{P_t - P_{sep}}{P_t - P_{min}} = 0.929744,$$

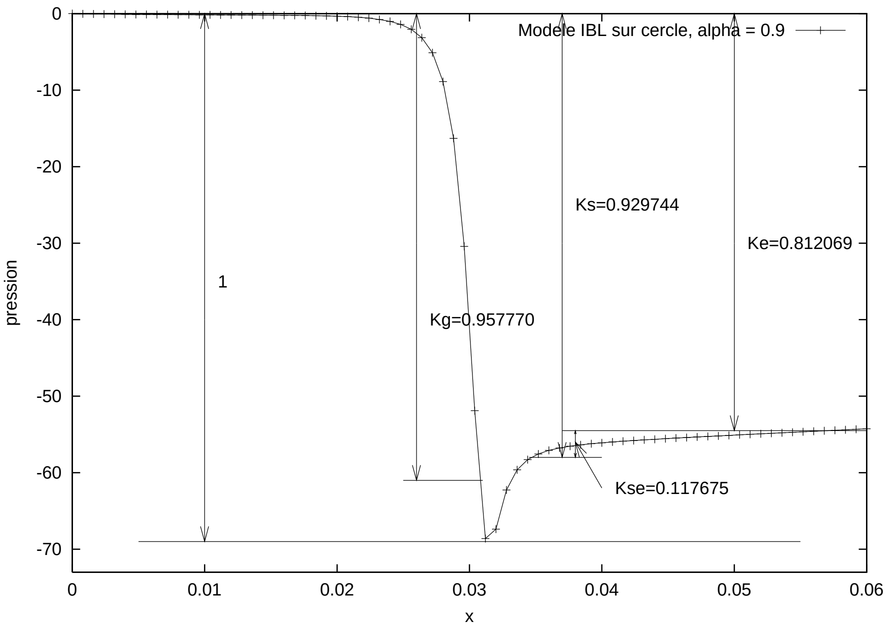

Figure 4: Les rapports de pressions sur la courbe.

et enfin

$$K_{se} = K_s - K_e = \frac{P_{ext} - P_{sep}}{P_t - P_{min}} = 0.117675.$$

Le cas de la paroi ayant une forme exponentielle (en fait une exponentielle "posée" sur deux quarts de cercles) a été réalisée plus tard. Le graphique 5 nous montre les rapports de pressions cités au-dessus ainsi que les valeurs des constantes constatées.

Pour être absolument convaincu de la validité de l'universalité des courbes de pression, on peut regarder la figure 6 qui montre les même rapports calculés grâce à I.B.L. pour d'autres nombre de Reynolds (accompagnés des constantes précédentes). De même, la figure 7 montre ces quotients pour le calcul R.N.S.p (avec les anciennes constantes également).

4.2 Sur les points expérimentaux

Les mesures réalisées donnent deux pressions sur la glotte modélisée par une ellipse, P_t et P_g, en réalité, ces pressions sont mesurées par rapport à la pression extérieure qui est donc ici considérée comme nulle, on en a donc trois. La figure 8 nous donne $\frac{P_t - Pg}{K_g} = \frac{P_t - Pext}{K_e} = P_t - P_{min}$ sur deux courbes différentes fonction du temps. Ainsi on valide ces deux constantes dans le cas expérimental. On constate une différence maximale de 55 Pa, soit environ 6% d'erreur.

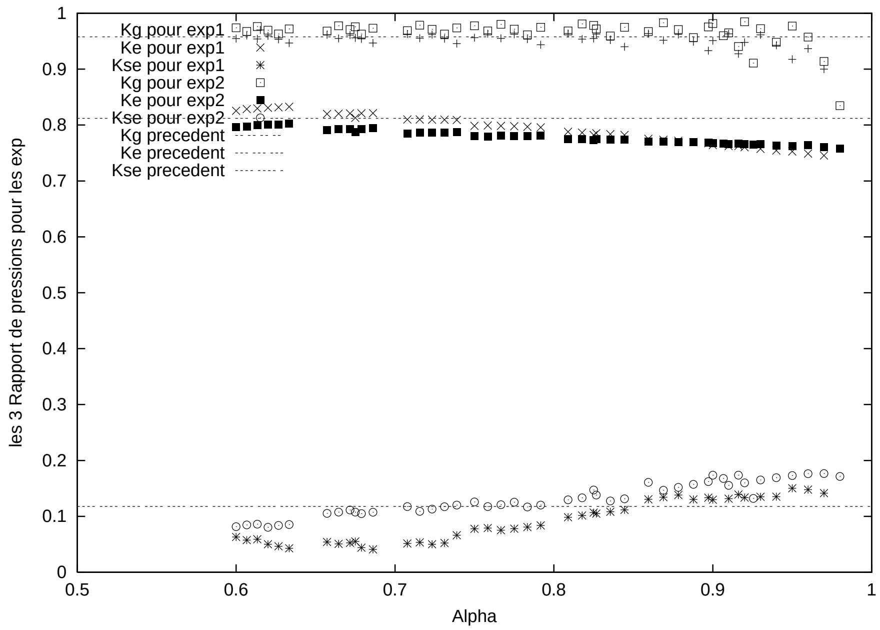

Figure 5: Les rapports de pressions calculés en IBL sur les parois réelles de mesures

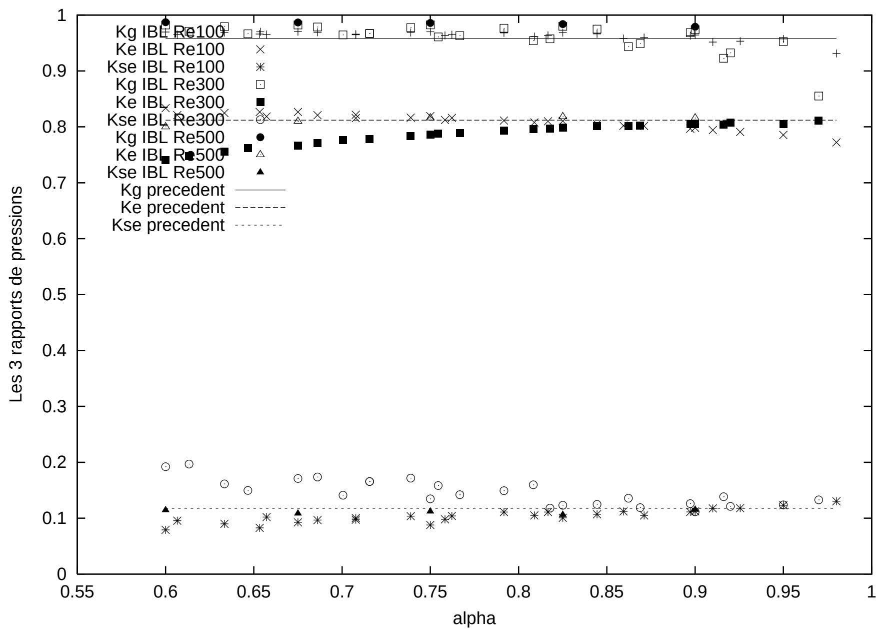

Figure 6: Rapports de presssion pour d'autres Reynolds, en IBL (comparés avec les constantes établies).

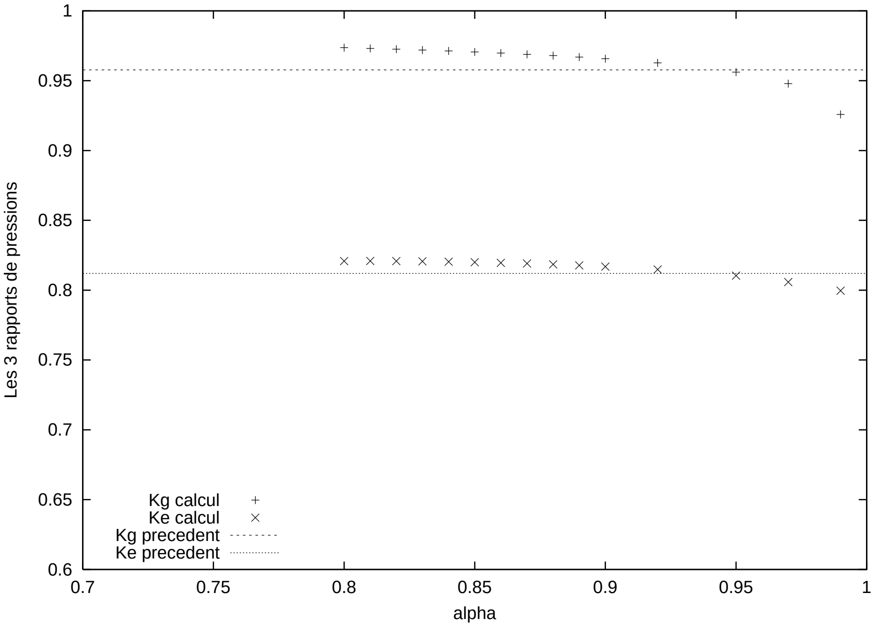

Figure 7: Rapports de presssion pour RNSp (comparés avec les constantes établies).

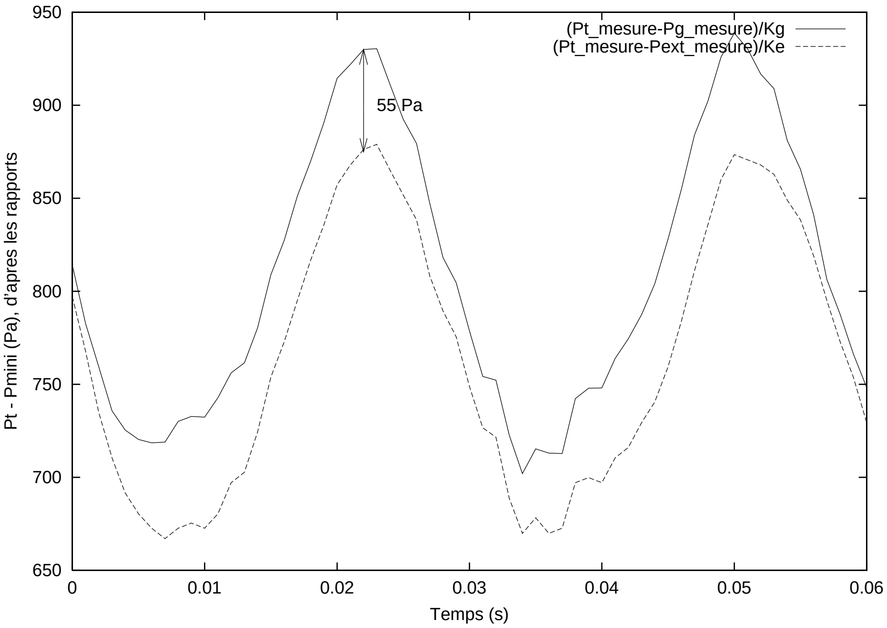

Figure 8: Les rapports de pressions sur les points expérimentaux

5 Influence de l'instationarité

Un autre phénomène intéressant réside dans la présence d'un cycle d'hystérésis alors que la fréquence des battements de la paroi est de 35 Hz. L'adimensionnement des équations montre que l'ordre de grandeur des termes instationnaire (en dérivées partielles par rapport au temps) est négligeable devant les ordres de grandeurs des termes stationnaires.

$$u\frac{\partial u}{\partial x} \simeq \frac{U_0^2}{L(1-\alpha)}$$

or

$$\frac{\partial u}{\partial t} \simeq U_0\omega$$

et $\alpha \simeq 0.8$, donc il faut que ω soit grand un ω_0 que l'on peut construire avec les autres grandeurs.
La figure 9 montre ces ellipses en dessinant ΔP en fonction de α, sur cette courbe sont également représentées les deux formes simplifiées en fonction de α, ces formes adimensionnées sont bien entendues adimensionnées et surtout calculées en stationnaire, elles ont juste été multipliées par l'ordre de grandeur de la pression soit ρU^2 calculé par le problème inverse. La présence

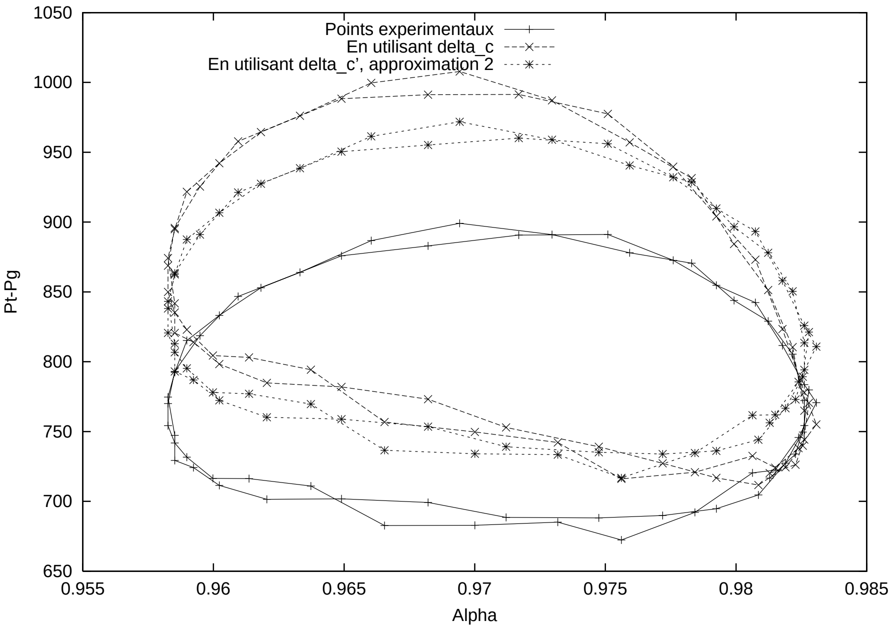

Figure 9: ΔP en fonction de α

des ellipses également pour les formes simplifiées (calculs stationnaires) ne peut que provenir de l'ordre de grandeur, lui-même calculé à partir de α et de ΔP mesuré. En conséquence, on constate (dans la mesure où l'on est censé être en quasi-statique que l'hypothèse de flux constant pour les mesures est peu validée. Pour pallier à ce problème il suffit de tracer les courbes de pression en adimensionné, c'est à dire, en divisant par ρU_0^2 (toujours calculé par la problème inverse), c'est ce que montre la figure 10. On constate alors que le phénomène est bien stationnaire. On a tracé en plus la diffférence de pression donnée par Bernoulli seul (adimensionné):

$$\Delta P = \frac{1}{2(1-\alpha)^2}$$

et on constate qu'elle n'est pas non plus très éloignée même si la seconde approximation (avec δ_c') est meilleure.

D'autres mesures ont été réalisées sur des lèvres de forme exponentielles,

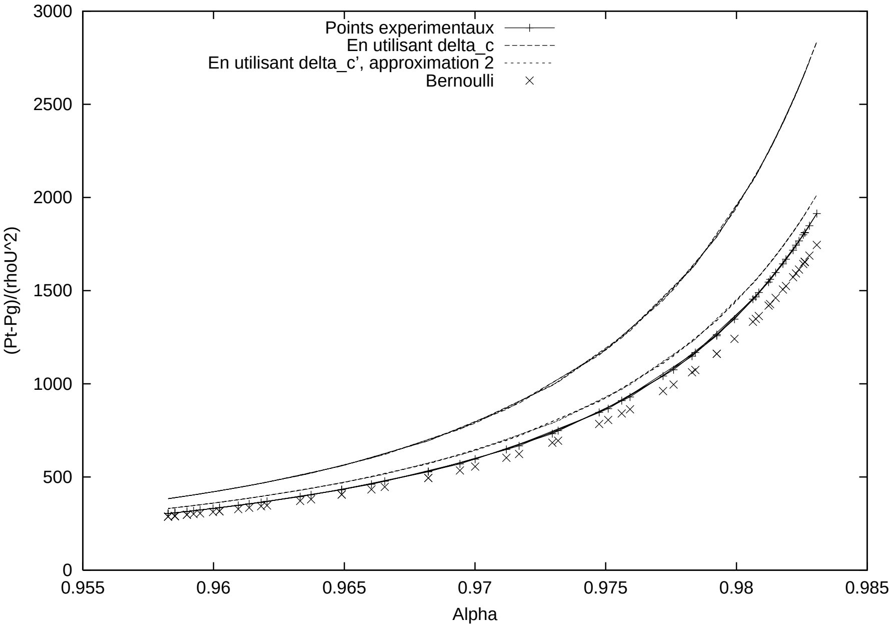

Figure 10: $\frac{\Delta P}{\rho U_0^2}$ en fonction de α

une exponentielle "posée" sur deux quart de cercle (figure 11). Nous avons également entré cette forme dans le calcul IBL, on obtient alors la figure 12 en traçant $\frac{P_t - P_g}{\rho U_0^2}$ où P_t et P_g sont les résult tsde la mesures et U_0 est la solution du problème inverse.

6 Le calcul Navier-Stokes sous Castem2000

Il est légitime de penser que la meilleure solution pour vérifier un calcul est de la comparer à un autre a priori plus sûr. C'est pourquoi nous avons

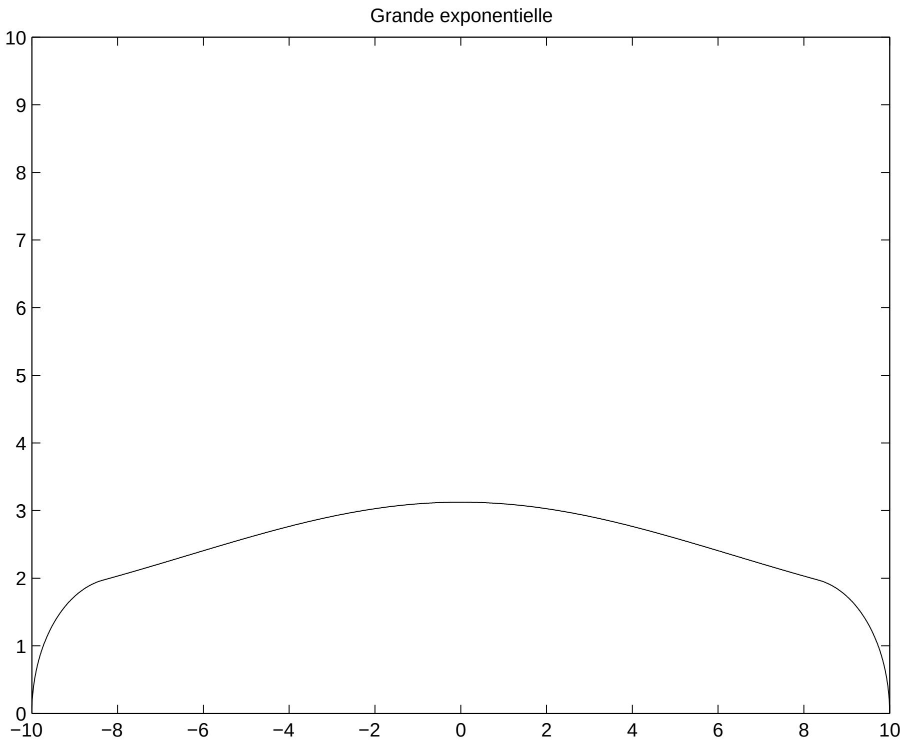

Figure 11: La forme de la glotte modélisée par une exponentielle.

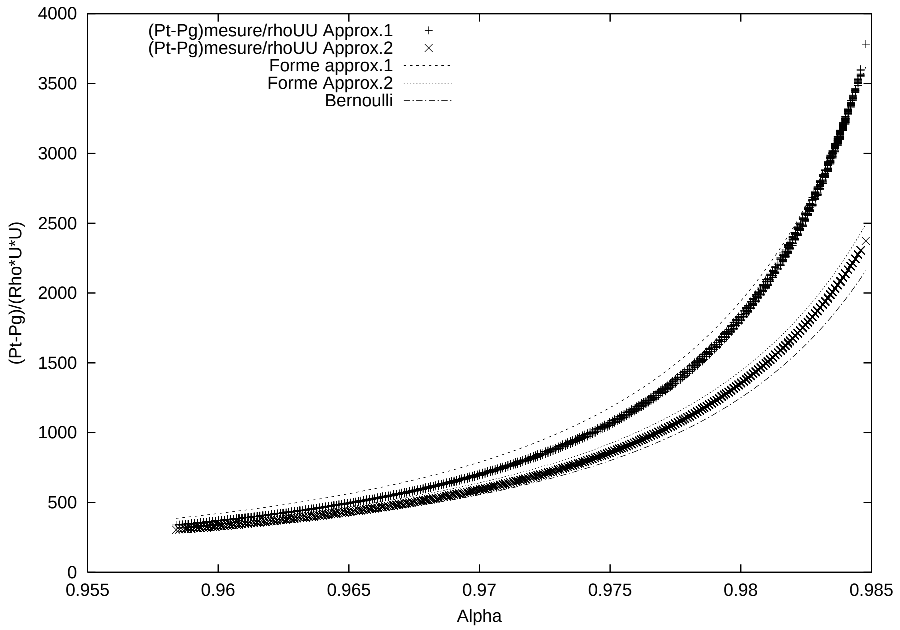

Figure 12: $\frac{\Delta P}{\rho U_0^2}$ en fonction de α pour l'exponentielle expérimentale.

utilisé le logiciel de simulation Castem2000 [2] pour effectuer des calculs utilisant le modèle complet de Navier-Stokes. On obtient alors la figure 13 qui nous montre les différents rapports précédents. On constatera en premier

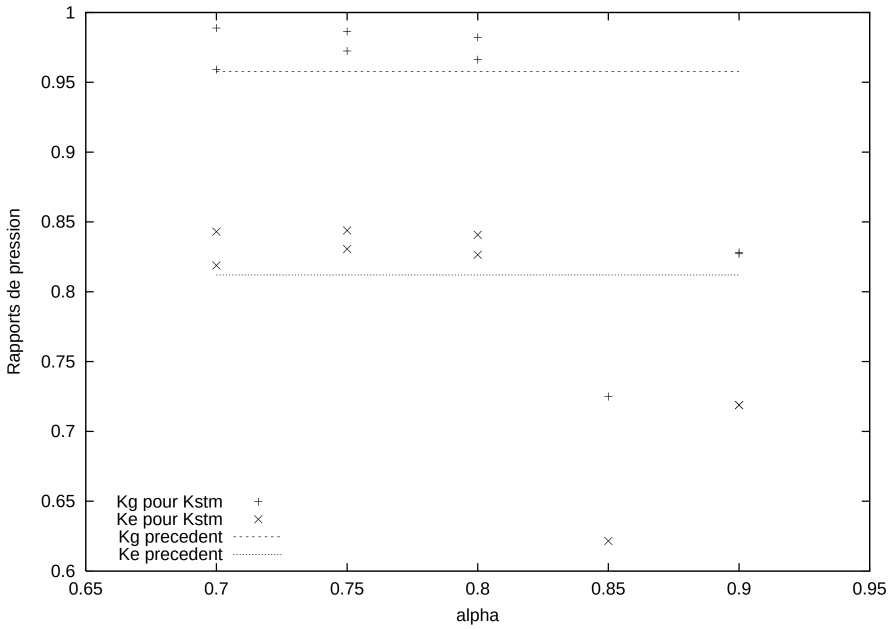

Figure 13: Les trois rapports pour Castem.

lieu le faible nombre de points (même si quelques uns sont ici superposés, résultats du calcul. En effet, pour avoir deux points sur ce graphique, (un pour Kg et un pour Ke) il faut effectuer un calcul complet, à savoir de 15 à 30 minutes (pour les cas les plus simples sur un PentiumIII à 1.8 GHz). Ceci dépend évidemment de la machine utilisée mais pour comparaison, le calcul IBL donne entre 8 et 20 points en l'espace de une à deux minutes et RNSp donne un point dans le même temps. De plus, et nous l'avions constatés auparavant [1], le calcul Castem connaît quelques problèmes lorsque α devient trop important, et cela commençait à partir de $\alpha = 0.85$. C'est également à partir de cette valeur que les points ne sont plus sur les droites symbolisant les constantes des courbes de pression. Cela est sans doute dû ùn manque de maîtrise de notre part dans l'élaboration du maillage et c'est ce qui doit expliquer les problèmes d'imprécision. Cependant, Castem a fourni des résultats qui paraissent très corrects, et si nous n'avions pas eu deux autres modèles (sans compter l'expérimentation) pour comparer, nous ne nous serions peut-être pas interrogés d'avantage.

7 conclusion

On peut donc affirmer que pour connaître les valeurs de la pression dans un écoulement de glotte il suffit de connaître soit une valeur de la pression, et on obtiendra les autres grâce aux rapports constants trouvés plus haut (K_g, K_e et K_s), soit la valeur de la vitesse en entrée, on utilisera alors la deuxième forme simplifiée de $\delta_1(col)$ (relation (5) pour l'injecter dans la forme de ΔP (relation 3) et utiliser les rapports précédents.

il est à noter que nous avons réaliser le même types de calculs (et des mesures ont été effectuées) pour les cas en 3D axiszymétrique et que nous avons obtenu des résultats comparable (excepté pour l'universalité des courbes de pression) mais ce n'est pas présenté. Dans le futur, il reste donc à caler toutes les courbes de pression transversalement (comme il a été fait en hauteur) et à étudier la longueur nécessaire au recollement (estimée à ReR_0).

References

[1] E.Berger, "Comparaisons de modèles d'écoulement dans une glotte".

[2] H.Paillère et F.Dabbene: "Initiation à la simulation numérique en mécanique des fluides à l'aide de Castem 2000. Recueil d'exemples commentés", cours ENSTA MF307.

[3] H.Schlichting (1987), "Boundary layer theory", 7th edition, Mc Graw Hill.