Ecoulement autour d'une voile de maquette de bateau

Bruno Forissier - Philippe Gouin
Ecole Polytechnique, avril 2003

Travaux de Modélisation et de Simulation
Majeure Sciences de l'Ingénieur, Simulation et Modélisation

Table des matières

Introduction

On souhaite connaître l'écoulement autour de deux voiles (grande voile et foc) d'une maquette de bateau, pour concourir aux régates du bassin du jardin du Luxembourg.

On travaille sur des écoulements 2D plan, c'est à dire que l'on considère des sections de voiles. On suppose dans un premier temps que le fluide est parfait (non visqueux). On rappelle, dans la première section, les principaux résultats de la théorie des écoulements potentiels. On calcule alors ces écoulements autour d'un cylindre circulaire, puis autour d'un profil de voiles.

On étudie ensuite l'écoulement d'un fluide visqueux laminaire, à l'aide des équations de Navier-Stokes. Ces équations peuvent être résolues par un ordinateur pour calculer des solutions approchées à l'aide de programme itératif.

On utilise le logiciel CASTEM 2001 pour évaluer le champ des vitesses et les efforts sur la voile.

1 Ecoulements Parfaits

Nous étudions dans un premier temps les écoulements parfaits, dont nous rappelons ci-dessous les principales caractéristiques.

1.1 Ecoulements potentiels bidimensionnels

1.1.1 Hypothèses

- Le fluide est parfait, homogène et incompressible,
- L'écoulement est supposé irrotationnel et bidimensionnel,
- Les forces de volumes sont conservatives.

On note :

- $\underline{U}$ et p la vitesse et la pression dans l'écoulement,
- u et v les composantes de $\underline{U}$ dans le plan (x, y),
- ρ la masse volumique du fluide.

1.1.2 Equations fondamentales

a. Fonctions de courant

Dans tout écoulement bidimensionnel d'un fluide incompressible, il existe une fonction de courant $\psi(x, y, t)$ définie par les équations

$$u(x, y, t) = \frac{\partial}{\partial y}\psi(x, y, t) \tag{1}$$

$$v(x, y, t) = -\frac{\partial}{\partial x}\psi(x, y, t) \tag{2}$$

L'équation de continuité d'un fluide incompressible, $div\underline{U} = 0$, est alors automatiquement vérifiée.

L'hypothèse d'écoulement irrotationnel se traduit par la condition

$$\underline{rot}.\underline{U} = 0, \tag{3}$$

à partir de laquelle on obtient l'équation de Laplace pour la fonction de courant ψ

$$\triangle\psi = 0 \tag{4}$$

b. Conditions limites

Dans le cas d'un écoulement potentiel permanent autour d'une voile, la composante normale de la vitesse est nulle à la paroi (condition d'imperméabilité). La voile est nécessairement une ligne de courant et les conditions aux limites sur ψ s'expriment sous la forme :

$$\psi(x, y) = constante\ sur\ la\ voile, \tag{5}$$

$$\psi \sim U_\infty.y\ , lorsque\|\underline{x}\| \longrightarrow \infty \tag{6}$$

où U_∞ est une vitesse caractéristique en amont de l'écoulement, et où la constante est déterminée par la condition de Kutta.

c. Condition de Kutta

La condition de Kutta permet de determiner de façon unique la circulation autour d'un profil bidimensionnel placé dans un écoulement potentiel stationnaire. Elle impose les conditions suivantes sur la vitesse :

-pour un profil d'aile se terminant par un dièdre, la vitesse doit être nulle au bord de fuite,

-pour un profil se terminant par un point de rebroussement, la vitesse doit être continue au bord de fuite.

1.2 Ecoulement potentiel autour d'un cylindre

On utilise le logiciel Castem 2001 pour résoudre le problème de Laplace précédent. On travaille dans un domaine délimité par un contour circulaire, au centre duquel on place un cylindre.

On résout tout d'abord le problème d'un écoulement acyclique autour du cylindre, correspondant aux conditions limites suivantes :

-$\psi_0 = 0$ sur le cylindre et $\psi_0 = U_\infty y$ sur le cercle extérieur.

Sur la figure 1, on a représenté la fonction de courant solution ψ. L'écoulement est symétrique par rapport à l'axe de l'écoulement et par rapport à sa perpendiculaire passant par le centre du cylindre.

Considérons à présent un écoulement cyclique. A la solution précédente, on superpose la solution $\Gamma_1\psi_1$, où ψ_1 est la solution du problème de Laplace correspondant aux conditions limites suivantes :

- $\psi_1 = 1$ sur le cylindre et $\psi_1 = 0$ sur le cercle extérieur,

et où Γ_1 est l'intensité de la circulation du cylindre.

La solution totale $\psi = \psi_0 + \Gamma_1\psi_1$ est représentée sur la figure 2.

FIG. 1 – solution ψ_0

Fig. 2 – solution ψ

On représente également le champ des vitesse et le champ de pression total dans l'écoulement (figures 3 et 4).

Fig. 3 – champ des vitesses autour du cylindre

FIG. 4 – champ de pression autour du cylindre

On remarque qu'il existe une dépression au-dessus du cylindre, qui brise la symétrie par rapport à l'axe de l'écoulement. Notons également que la vitesse, conformément à l'équation de Bernoulli,

$$p + \frac{\rho U^2}{2} = p_0 \tag{7}$$

est plus grande au niveau de la zone de dépression. La symétrie par rapport à l'axe perpendiculaire à l'écoulement passant par le centre du cylindre est conservée. Nous supposons le fluide parfait et nous négligeons la viscosité. Les efforts exercés par l'écoulement sur le cylindre se résument donc à une force de portance, et nous n'observons aucune force de trainée. On retrouve l'effet Magnus.

1.3 Ecoulement d'un fluide parfait autour d'un profil de voile

1.3.1 Modélisation

On utilise le même domaine précédent, au centre duquel on place un profil de voile.

Pour déterminer les constantes Γ_1 et Γ_2 qui apparaissent dans les conditions limites, on utilise une méthode de superposition. Comme toutes les équations sont linéaires, la solution ψ est une fonction linéaire de Γ_1 et Γ_2 et s'écrit :

$$\psi = \psi_0 + \Gamma_1\psi_1 + \Gamma_2\psi_2 \tag{8}$$

où ψ_0, ψ_1 et ψ_2 sont solutions du problème de Laplace correspondant aux conditions limites suivantes :

- $\psi_0 = 0$ sur les deux voiles, et $\psi_0 = U_\infty y$ sur le cercle extérieur,

- $\psi_1 = 0$ sur le foc, $\psi_1 = 1$ sur la grande voile et $\psi_1 = 0$ sur le cercle extérieur,

- $\psi_2 = 1$ sur le foc, $\psi_2 = 0$ sur la grande voile et $\psi_2 = 0$ sur le cercle extérieur.

Les constantes Γ_1 et Γ_2 sont alors déterminées de façon à satisfaire la condition de Kutta sur les deux voiles.

1.3.2 Simulations et interprétations

On étudie successivement l'écoulement d'un fluide parfait sur une grande voile seule, puis sur une grande voile et un foc. On s'intéresse alors à l'influence du foc sur la grande voile.

a. La grande voile

On a représenté sur les figures 5 et 6 le champ des vitesses autour de la grande voile et les pressions sur l'intrados et l'extrados.

L'étude graphique de ces figures nous a permis d'ajuster de façon approximative la constante Γ_1, pour satisfaire la condition de Kutta. On observe ainsi la continuité de la vitesse et de la pression au bord de fuite.

FIG. 5 – champ des vitesses autour de la grande voile seule

b. Le foc et la grande voile

On ajuste dans un premier temps les constantes Γ_1 et Γ_2 de façon à satisfaire la condition de Kutta sur les deux voiles. On étudie alors l'écoulement total.

La figure 7 représente le champ de pression total. On observe bien une dépression sur l'extrados des voiles, et une surpression sur l'intrados, ce qui correspond à une force de poussée vers l'avant pour la maquette de bateau.

La figure 8 représente les pressions sur l'intrados et l'extrados de la grande voile.

Il est intéressant de comparer les courbes de pression sur la grande voile, avec ou sans foc. On constate que la pression sur l'extrados varie très peu, et que la courbe garde grossièrement la même allure. La variation sur l'intrados

FIG. 6 – pression sur l'intrados et l'extrados de la grande voile seule

FIG. 7 – champ des vitesses autour du foc et de la grande voile

est plus importante, et le différence de pression entre l'intrados et l'extrados augmente en présence du foc. La force de portance est plus grande et

Fig. 8 – pression sur l'intrados et l'extrados de la grande voile

améliore les performances du bateau.

En réalité, il existe deux théories contradictoires qui tentent d'expliquer l'influence d'un foc sur l'écoulement autour d'une voile.

La première affirme que le foc favorise l'écoulement autour de la grande voile, en augmentant la vitesse au niveau de son extrados et par conséquent en accroissant la dépression (conformément à la loi de Bernoulli (7)).

La seconde fait appel à la théorie de la couche limite, et ne concerne donc pas notre étude de fluide parfait.

Les graphes obtenus semblent s'approcher de la première hypothèse.

2 Fluide visqueux

Nous allons maintenant envisager le cas d'un fluide visqueux.

2.1 Rappels théoriques sur les fluides visqueux

2.1.1 Hypothèses

-Le fluide est newtonien, homogène et incompressible,
-L'écoulement est supposé irrotationnel et bidimensionnel,
-Il n'y a pas de forces extérieures (en particulier pas de pesanteur).

On notera :
- $\underline{U}$ et p la vitesse et la pression dans l'écoulement,
- u et v les composantes de $\underline{U}$ dans le plan (x, y),
- $U_0 = |\underline{U_0}|$ avec $\underline{U_0}$ la vitesse loin de la voile,
- ρ la masse volumique du fluide et μ sa viscosité,
- L une longueur caractéristique de la voile.

De plus, on utilisera le nombre de Reynolds Re comme nombre adimensionnel pour caractériser la viscosité. On rappelle que :

$$Re = \frac{\rho \cdot U_0 \cdot L}{\mu} \tag{9}$$

2.1.2 Equations fondamentales

a. **Principe fondamental de la dynamique**

On applique la loi fondamentale de la dynamique pour les équations de Navier Stokes.

$$div\underline{U} = 0 \tag{10}$$

$$\rho \frac{d\underline{U}}{dt} = -\underline{grad}p + \mu \Delta \underline{U} \tag{11}$$

On peut adimensionnaliser ces équations en posant : $\underline{\widetilde{x}} = \frac{x}{L}$, $\underline{\widetilde{y}} = \frac{y}{L}$, $\widetilde{t} = \frac{U_0 t}{L}$, $\underline{\widetilde{U}} = \frac{U}{U_0}$, $\widetilde{p} = \frac{p}{\rho U_0}$.

On trouve alors les équations adimensionnalisées suivante :

$$div\underline{\widetilde{U}} = 0 \tag{12}$$

$$\frac{d\underline{\widetilde{U}}}{\widetilde{dt}} = -\underline{grad}\widetilde{p} + \frac{1}{Re}\Delta\underline{\widetilde{U}} \tag{13}$$

On retrouve ici que le critère important de viscosité est le nombre de Reynolds.

b. **Conditions aux limites**

On a à l'interface entre la voile et le vent :

$$\underline{U} = \frac{\partial \underline{\xi}}{\partial t} \tag{14}$$

$$-p.\underline{\underline{1}}.\underline{n} = \underline{\underline{\sigma}}.\underline{n} \tag{15}$$

et à l'infini :

$$\underline{U} = \underline{U_0} \tag{16}$$

2.2 Résolution du problème à une seule voile

On utilise le logiciel Castem 2001 pour résoudre le problème de Navier-Stokes. On travaille dans un domaine délimité par un contour rectangulaire, au centre duquel on place le profil de voile. Ici le logiciel Castem 2001 résout le problème de Navier-Stokes par itération. Il faut donc "faire tourner" longtemps le programme pour obtenir des profils de vitesse et des champs de pression avec une précision correcte. On utilise pour cela un maillage rectangulaire et le même profil d'aile précédent.

Dans un premier temps au prendra un nombre de Reynolds moyen égal à 1000. Dans un second temps, on fera varier le nombre de Reynolds pour voir l'influence du nombre de Reynolds sur les vitesses au contact de la voile. On pourra faire ensuite varier l'angle d'incidence de la voile.

Remarque : Un nombre de Reynolds égal à 1000 donne une vitesse du vent de l'ordre du km/h. C'est donc une petite brise.

2.2.1 Portance et trainée

On travaille donc ici avec un fluide évoluant à vitesse moyenne. Le maillage utilisé est celui figurant ci-dessus. On résout alors par itération l'équation (13). On obtient les profil de vitesse (Fig.9) et de pression (Fig.10) suivants :

FIG. 9 – Profil de vitesse autour d'une voile pour un fuide visqueux Re=1000

Ces schémas appellent quelques commentaires. Tout d'abord, on observe que la vitesse sur la voile est nulle. Ceci est normal car le fluide respecte la condition aux limites (14). De plus, il y a ici l'appartion d'une couche limite autour de la voile. On rappelle que l'épaisseur δ de la couche limite est de l'ordre de :

$$\delta = L\sqrt{\frac{1}{Re}} \tag{17}$$

FIG. 10 – Profil de pression autour d'une voile pour un fuide visqueux Re=1000

Enfin, on observe distinctement la trainée derrière la voile.
On calcule alors la pression sur l'extrados et sur l'intrados de la voile. On obtient la figure 11.

On peut donc calculer la portance qui s'exerce sur cette section de voile :

$$F_p = \int_{extrados} P - \int_{intrados} P \tag{18}$$

L'intégrale de la pression sur l'extrados est tout simplement l'aire située sous la courbe. A priori le bateau avance !

On peut également calculer la trainée sur l'intrados et sur l'extrados. On regarde donc la force transversale exercée par le fluide sur la voile (ou par la voile sur le fuide). Pour cela on calcule $\frac{dU_x}{dt}$. On obtient alors la figure 12 avec les frottements sur l'extrados et sur l'intrados

On peut également calculer le frottement sur la section de voile :

FIG. 11 – Pression sur l'extrados et sur l'intrados de la voile Re=1000

FIG. 12 – Frottement sur l'extrados et sur l'intrados de la voile Re=1000

$$F_f = \int_{extrados} \frac{dUx}{dt} + \int_{intrados} \frac{dUx}{dt} \tag{19}$$

Le vent a donc tendance à coucher le bateau !

2.2.2 Variation du nombre de Reynolds, création de tourbillons en bout de voile

On fait maintenant varier le nombre de Reynolds. On prendra :

-Re = 100 pour les écoulements à faible vitesse ($\sim 0.1km/h$) (Fig.13)

-Re = 1000 pour les écoulements à moyenne vitesse ($\sim 1km/h$) (c'est le cas étudié précédemment)

-Re = 10000 pour les écoulements à grande vitesse ($\sim 10km/h$)(Fig.14)

FIG. 13 – Profil de vitesses pour $Re = 10^2$

FIG. 14 – Profil de vitesses pour $Re = 10^4$

FIG. 15 – Tourbillons autour de la voile

On observe tout d'abord que la trainée devient de plus en plus importante

FIG. 16 – Profils de vitesse $\theta \simeq 10°$

lorsque le nombre de Reynolds augmente. Mais on observe aussi l'apparition de tourbillons (Fig.15) en bout de voile pour les nombres de Reynolds élevés. Ces tourbillons sont émis avec une période qui en première approximation ne dépend pas du nombre de Reynolds et est directement reliée au temps de convection du fluide par la loi de Strouhal :

$$T_{tourbillons} = (\frac{1}{S})\frac{L}{U_0} \tag{20}$$

où $S \simeq 0.2$ est le nombre de Strouhal. Cette loi est également périodique en espace avec

$$\Lambda_{tourbillons} = \frac{L}{S} \simeq 5D \tag{21}$$

FIG. 17 – profils de vitesse $\theta \simeq 25°$

2.2.3 Variation de l'angle d'incidence

On peut également faire varier l'angle d'incidence du vent. On pose alors $\underline{U_0} = U_0(cos\theta \cdot \underline{e_x} + sin\theta \cdot \underline{e_y})$. On étudie trois cas avec un nombre de Reynolds $Re = 1000$:

- $\theta = 0$ (c'est le cas étudié dans les paragraphes précédents),
- $\theta \simeq 10°$ (Fig.16),
- $\theta \simeq 25°$ (Fig.17).

On observe dans le cas où $\theta \simeq 25°$ une forte diminution de vitesse avant le contact avec la voile.

2.3 Résolution du problème à deux voiles

On peut maintenant considérer le problème à deux voiles ou plus exactement l'influence de la présence d'une voile sur l'autre. On modifie alors le maillage et on introduit un système à deux voiles.
On obtient alors les répartitions de vitesse (Fig.18) et de pression (Fig.19) suivantes :

FIG. 18 – Profils de vitesse

On observe une grande surpression sur l'intrados du foc ainsi qu'une grande dépression sur l'extrados. La force de portance

$$F_p = \int_{extrados} P - \int_{intrados} P \tag{22}$$

est donc très grande.Le bateau avance ! Pour les autres composantes (trainées, tourbillons en bout de voile), la présence de la seconde voile n'influe pas de manière qualitative.

Fig. 19 – Champ de pression

Conclusion

A l'aide d'une modélisation assez simple, nous sommes donc parvenus à obtenir des profils de vitesses convenables pour la maquette de bateau que l'on avait imaginée. Après avoir créer un maillage, nous avons calculé les solutions correspondant à un écoulement de fluide parfait avec des conditions de Kutta et à un modèle numérique des équations de Navier-Stokes. On a alors pu constater l'influence de l'ajout d'un foc sur l'écoulement autour d'une voile.

Sur un plan plus personnel, nous sommes satisfaits de ce TMS :

-tout d'abord, ce TMS nous a permis de faire un point sur nos connaissances en mécanique des fluides, à travers notamment le fréquent recours aux cours de "Mécanique des Fluides" de M. Huerre et de "Fluides et structures" de M. De Langre,

-nous avons pu également apprendre à nous servir de nouveaux logiciels informatiques (Castem 2001 et Latex),

-enfin, nous avons pu appréhender de façon concrète les difficultées auxquelles peuvent être confrontés les ingénieurs dans le domaine de la simulation numérique.

Enfin, nous avons particulièrement apprécié la très grande disponibilité de notre tuteur M. Pierre-Yves Lagrée et nous l'en remercions.

Annexe : Quelques programmes en Castem 2001

```
***ECOULEMENT AUTOUR D'UNE GRANDE VOILE ET D'UN FOC***
*               Ah
* * * *
*           Fh
*         FgF-----Fd
*           Fb Lf
* * *
*               gvh
*Ag              gvgO----------------gvd    Ad
*                  gvb       Lgv
* * * * * *
*                 Ab

*TITR 'voiles' OPTI DIME 2 ELEM TRI6 MODE PLAN;

*Maillage des voiles *Cercle au loin Ld=5.0; pAh=0.0 Ld; pAg =
(-1.0*Ld) 0.0; pAd = Ld 0.0; PAb= 0.0 (-1.0*Ld); pO = 0.0 0.0;
*nombres de points nL = 50; nR = 25; nA = 5; nE = 25; nB = 10;

*cercle au loin
 Chd = CERC nL pAh pO pAd;
 Chg = CERC nL pAg pO pAh;
 Cbd = CERC nL pAd pO pAb;
 Cbg = CERC nL pAb pO pAg;
 CCNT = Chd et Chg et Cbd et Cbg;

*LA GRANDE VOILE Lgv = 2.0; Dgv = 0.1; *points pgvd = Lgv 0.0;
pgvh = 0.0 Dgv; pgvb = 0.0 (-1*Dgv); pgvg = (-1*Dgv) 0.0; *Dessin
de la grande voile gvhg = CERC nA pgvh pO pgvg; gvbg = CERC nA
pgvb pO pgvg; pOb = 1.1 -2.05; pOh = 0.9 -1.95; gvbd = CERC nR
pgvd POb pgvb; gvhd = CERC nR pgvd POh pgvh; gvextrd = gvhg et
gvhd; gvintrd = gvbd et gvbg; grvoile = gvextrd et gvintrd;

*LE FOC Lf = -0.8; Df = 0.05; *points pF = -0.8 1.0; pFd = 0.0
1.0; pZh = -0.45 0.225; pZb = -0.35 0.175; pFg = -0.85 1.0; pFh =
-0.8 1.05; PFb = -0.8 0.95; *Dessin du Foc Fhg = CERC nA pFh pF
```

```
pFg; Fbg = CERC nA pFg pF pFb; Fhd = CERC nR pFh pZh pFd; Fbd =
CERC nR pFd pZb pFb; Fextrd = Fhd et Fhg; Fintrd = Fbd et Fbg; Foc
= Fextrd et Fintrd; Voiles = grvoile et Foc;

*surface de Maillage Lt = droite pAd nR pgvd; gvb = gvbd et gvbg;
Lg = droite pgvg nR pAg; *Surface du bas abas = Lt et gvb et Lg et
Cbg et Cbd; Sbas = SURF(abas); *Surface du haut *Surface haute
gauche Lh1 = droite pgvh nB pFb; Lh2 = droite pFd nR pAh; ahg =
Chg et Lg et gvhg et Lh1 et Fextrd et Fbg et Lh2; *Surface haute
droite ahd = Chd et Lt et gvhd et Lh1 et Fbd et Lh2; Shg =
SURF(ahg); Shd= Surf(ahd); *Surface totale su0 = Sbas et Shget
Shd; *TRAC su0 'TITR''VOILES';

***FIN DU MAILLAGE***

*Modele
 MOD1=MODE su0 THERMIQUE ISOTROPE ;
*DONNEES MATERIAU ET ELEMENTS
 MAT1=MATR MOD1 K 1.0 ;

*MATRICES DE CONDUCTIVITE
 COND1=CONDUCTIVITE MOD1 MAT1 ;


***calcul des differents psi*** ***calcul de psi00***
* CONDITIONS AUX LIMITES
 yy=coord 2 CCNT;
 xx=coord 1 CCNT;
 ppsiCNT =yy-(xx/10);
 CLS =BLOQ CCNT T ;
 DCLS=DEPI CLS ppsiCNT;
 CLL =BLOQ Voiles T ;
 DCLL=DEPI CLL 0. ;

* RESOLUTION
 CONDTOT0 = COND1 ET CLS ET CLL ;
 FLUTOT0 = DCLL ET DCLS;
* RESOLUTION
```

```
 PSI0 = RESO CONDTOT0 FLUTOT0 ;

* POST-TRAITEMENT
 TITR 'Voiles PSI0';
 TRAC PSI0 suO CCNT;

***calcul de psi10***
* CONDITIONS AUX LIMITES
 CLS = BLOQ CCNT T ;
 DCLS= DEPI CLS 0. ;
 CLGV = BLOQ grvoile T ;
 DCLGV= DEPI CLGV 1. ;
 CLF = BLOQ Foc T ;
 DCLF = DEPI CLF 0.;

* RESOLUTION
 CONDTOT1 = COND1 ET CLS ET CLGV ET CLF ;
 FLUTOT1 = DCLGV ET DCLS ET DCLF;
* RESOLUTION
 PSI1 = RESO CONDTOT1 FLUTOT1 ;

* POST-TRAITEMENT
 TITR 'Voiles PSI1';
 TRAC PSI1 suO CCNT;

***calcul de psi01***
* CONDITIONS AUX LIMITES
 CLS = BLOQ CCNT T ;
 DCLS= DEPI CLS 0. ;
 CLGV = BLOQ grvoile T ;
 DCLGV= DEPI CLGV 0. ;
 CLF = BLOQ Foc T ;
 DCLF = DEPI CLF 1. ;

* RESOLUTION
 CONDTOT2 = COND1 ET CLS ET CLGV ET CLF ;
 FLUTOT2 = DCLGV ET DCLS ET DCLF;
* RESOLUTION
```

```
 PSI2 = RESO CONDTOT2 FLUTOT2 ;

* POST-TRAITEMENT
 TITR 'Voiles PSI2';
 TRAC PSI2 su0 CCNT;

***recomposition du psi total*** Gm2 =0.2; Gm1 =-0.7; psi = psi0 +
(psi1 * Gm1)+ (Gm2 * psi2);
 TITR 'Voiles PSI';
 TRAC PSI su0 CCNT ;


*** gradient pour vitesse***
 GRADPSI = GRAD MOD1 PSI MAT1;
*TITR 'Voiles GRADPSI'; *TRAC  MOD1 GRADPSI  su0;

 totox = exco T,X gradpsi;
 totoy = exco T,Y gradpsi;
 totoyx = (nomc ux totoy) et (nomc uy (-1. * totox) );
 totoyxn = chan chpo mod1 totoyx ;
 vec0 = vect totoyxn UX UY .05 bleu;
 trac vec0 su0 CCNT ;

****PRESSION..... BERNOULLI
 gr1=chan CHPO mod1 gradpsi;
 c1=nomc SCAL (exco T,X gr1);
 c2=nomc SCAL (exco T,Y gr1);

   pr0 = -0.5*((c1 * c1) + (c2 * c2)) ;
   TITR 'Voiles Press';
   trac mod1 pr0 su0 CCNT 20;


*** pression Grande Voile*** *** PRESSION SUR L'EXTRADOS GV***
 pextr=INT_COMP su0 pr0 gvextrd;
*DESS(evol CHPO pextr gvextrd) 'TITRE' 'p GV extrados'; ***
PRESSION SUR L'INTRADOS
 pintr=INT_COMP su0 pr0 gvintrd;
```

```
*DESS(evol CHPO pintr gvintrd)  'TITRE' 'p GV intrados';


 XAE= evol CHPO (coord 1 gvextrd) gvextrd;
 YAE= evol CHPO (coord 2 gvextrd) gvextrd;
*DESS (EVOL MANU (EXTR XAE ORDO)(EXTR YAE ORDO)) titre 'voiles
extrados';
 XAI= evol CHPO (coord 1 gvintrd) gvintrd;
 YAI= evol CHPO (coord 2 gvintrd) gvintrd;
*DESS (EVOL MANU (EXTR XAI ORDO)(EXTR YAI ORDO)) titre 'voiles
intrados';

 evaile= (EVOL bleu MANU (EXTR XAI ORDO)(EXTR YAI ORDO))
     et (EVOL rouge MANU (EXTR XAE ORDO)(EXTR YAE ORDO));
*DESS(evaile) titre 'voiles'; ****************** trace pressions
 EVOPE=evol CHPO pextr gvextrd;
 EVOPI=evol CHPO pintr gvintrd;
 evpail=(EVOL bleu MANU (EXTR XAE ORDO)(EXTR EVOPE ORDO)  )  et
       (EVOL rouge MANU (EXTR XAI ORDO)(EXTR EVOPI ORDO));
 DESS(evaile et evpail) titre 'profil et Pe (rouge) et Pint (bleu)';


***pression Foc*** *** PRESSION SUR L'EXTRADOS Foc***
 pextr=INT_COMP su0 pr0 Fextrd;
*DESS(evol CHPO pextr Fextrd) 'TITRE' 'p Foc extrados'; ***
PRESSION SUR L'INTRADOS Foc
 pintr=INT_COMP su0 pr0 Fintrd;
*DESS(evol CHPO pintr Fintrd)  'TITRE' 'p Foc intrados';


 XAE= evol CHPO (coord 1 Fextrd) Fextrd;
 YAE= evol CHPO (coord 2 Fextrd) Fextrd;
*DESS (EVOL MANU (EXTR XAE ORDO)(EXTR YAE ORDO)) titre 'Foc
extrados';
 XAI= evol CHPO (coord 1 Fintrd) Fintrd;
 YAI= evol CHPO (coord 2 Fintrd) Fintrd;
*DESS (EVOL MANU (EXTR XAI ORDO)(EXTR YAI ORDO)) titre 'Foc
intrados';
```

```
 evaile= (EVOL bleu MANU (EXTR XAI ORDO)(EXTR YAI ORDO))
     et (EVOL rouge MANU (EXTR XAE ORDO)(EXTR YAE ORDO));
*DESS(evaile) titre 'Foc'; ****************** trace pressions
 EVOPE=evol CHPO pextr Fextrd;
 EVOPI=evol CHPO pintr Fintrd;
 evpail=(EVOL bleu MANU (EXTR XAE ORDO)(EXTR EVOPE ORDO)  )  et
       (EVOL rouge MANU (EXTR XAI ORDO)(EXTR EVOPI ORDO));
 DESS(evaile et evpail) titre 'profil et Pe (rouge) et Pint (bleu)';
```

```
*** Une voile avec viscosite ***

*OPTION 'TRAC' PSC; *nomfic ='voile.ps'; *OPTION 'FTRAC' nomfic;

**** *ESTIMATION DE LA CONVERGENCE* *** DEBPROC ERRIT; ARGU
RVX*'TABLE'; RV = RVX.'EQEX'; DD = RV.PASDETPS.'NUPASDT'; NN =
DD/5; LO = (DD-(5*NN)) EGA 0; SI (LO); UN = RV.INCO.'UN'; UNM1 =
RV.INCO.'UNM1'; unx = kcht (rv.'DOMAINE') scal sommet (exco 'UX'
un); unm1x = kcht (rv.'DOMAINE') scal sommet (exco 'UX' unm1); uny
= kcht (rv.'DOMAINE') scal sommet (exco 'UY' un); unm1y = kcht
(rv.'DOMAINE') scal sommet (exco 'UY' unm1); ERRX = KOPS unx '-'
unm1x; ERRY = KOPS uny '-' unm1y; ELIX = MAXI ERRX 'ABS'; ELIY =
MAXI ERRY 'ABS'; ELIX = (LOG (ELIX + 1.0E-10))/(LOG 10.); ELIY =
(LOG (ELIY + 1.0E-10))/(LOG 10.); MESSAGE 'ITER'
RV.PASDETPS.'NUPASDT' 'ERREUR LINF' ELIX ELIY; RV.INCO.'UNM1' =
KCHT $mgeo 'VECT' 'SOMMET' (RV.INCO.'UN'); IT = PROG
RV.PASDETPS.'NUPASDT'; ER = PROG ELIY; RV.INCO.'IT' =
(RV.INCO.'IT') ET IT; RV.INCO.'ER' = (RV.INCO.'ER') ET ER; FINSI;

FINPROC;


**********************
* MAILLAGE des voiles*
**********************

opti dime 2; opti elem qua8; **dimension (adimensionnees)

ep = 0.05; u0=1.0; L=1.; H=2.; H2=-2.; npx=10; npy=20; Lgv =2.0;
Dgv = 0.1;

Dgv2 = -0.1;

*nombres de points nR = 70; nA = 20;

*Au loin p0 = -2. 0.0; p1 = Dgv2 0.0; p2 = Lgv 0.0; p3 = 5. 0.0;
p4 = 5. H; p5 = -2. H; p6 = 5. H2; p7 = -2. H2; pgvb = 0.0 Dgv2;
```

```
ps = 0.0 0.0; p8 = 1.1 -2.05; pgvh = 0.0 Dgv; pOh = 0.9 -1.95;

*Partie haut lhg = droite p5 nA p0; lhbg = droite p0 nA p1; lhbd =
droite p2 30 p3; lhd = droite p3 nA p4; lhh = droite p4 nR p5;

*Partie droite lbg = droite p7 nA p0; lbd = droite p3 nA p6; lbb =
droite p6 nR p7;

*LA GRAND VOILE grvg1 = CERC 2 pgvh ps p1; grvd1 = CERC 18 p2 POh
pgvh; gvextrd = grvg1 et grvd1;

grvg2 = CERC 2 pgvb ps p1; grvd2 = CERC 18 p2 p8 pgvb; gvintrd =
grvg2 et grvd2;


*Partie haut

lhb = lhbg et gvextrd et lhbd; mgeo1 = dalle lhd lhb lhg lhh;
mgeo1 = orien mgeo1 ; elimine 0.01 mgeo1; *Partie bas lbh = lhbg
et gvintrd et lhbd; mgeo2 = dalle lbd lbb lbg lbh; mgeo2 = orien
mgeo2; elimine 0.01 mgeo2;

*Surface de Maillage mgeo = mgeo1 et mgeo2; mgeo = orien mgeo ;
elimine 0.01 mgeo; cgeo = contour mgeo ; TRAC mgeo;

gauche = Lhg et lbg; sortie = Lhd et Lbd; haut = Lhh; bas = Lbb;
av = Lhbg; ar = Lhbd; wall1 = gvextrd; wall2 = gvintrd;

wall =gvextrd et gvintrd; $mgeo = 'DOMA' mgeo 1.E-3 'MACRO' ;
$gauche = 'DOMA' gauche 'MACRO' 'INCL' $mgeo 1.E-3 ; $haut ='DOMA'
bas 'MACRO' 'INCL' $mgeo 1.E-3 ; $sortie = 'DOMA' sortie 'MACRO'
'INCL' $mgeo 1.E-3 ; $bas ='DOMA' bas 'MACRO' 'INCL' $mgeo 1.E-3 ;


*************************FIN DU MAILLAGE

***donnees physiques
```

```
Umax = 1.0 ; Re = 1000. ; Nu = 1./Re ; tos = 0.0 0.0 ;

ygauche = coord 2 $gauche.maillage;

uin = KCHT $mgeo 'SCAL' 'SOMMET' 1.0 ; uin = NOMC 'UX' uin 'NATU'
'DISCRET' ;

vin = KCHT $mgeo 'SCAL' 'SOMMET' 0.0 ; vin = NOMC 'UY' vin 'NATU'
'DISCRET' ;


RV = EQEX $mgeo 'ITMA' 1000 'ALFA' 0.8
          'ZONE' $mgeo 'OPER'  ERRIT
          'OPTI' 'SUPG'
          'ZONE' $mgeo 'OPER' 'NS' NU 'INCO' 'UN'
          'ZONE' $sortie 'OPER' 'TOIM' tos 'INCO' 'UN';

RV = EQEX RV
          'CLIM'  'UN' 'VIMP' wall 0.0 'UN' 'UIMP' wall 0.0
                  'UN' 'VIMP' av 0.0
                  'UN' 'VIMP' ar 0.0
                  'UN' 'UIMP' $gauche.maillage uin
                  'UN' 'VIMP' $gauche.maillage vin ;

RVP = EQPR $mgeo KTYPI 1 ZONE $mgeo 'OPER' 'PRESSION' 0.0 ;


RV.INCO = TABLE INCO ; RV.INCO.'UN' = KCHT $mgeo VECT SOMMET (uin
et vin) ;

RV.PRESSION = RVP ;

***************************************************

***********************************
* Table des donnees initiales pour UNM1

RV.INCO.'UNM1' = KCHT $mgeo VECT SOMMET (uin et vin) ;
```

```
* d'un nombre arbitraire d'objets de type ENTIER ou FLOTTANT.
RV.INCO.'IT' = PROG 1 ; RV.INCO.'ER' = PROG 0. ;

********************************** EXEC RV ;


*** Impression du champ de vitesses en rouge quinch=vect
RV.INCO.UN .05 UX UY ROUGE; trace quinch mgeo cgeo ;


*** Impression des isopression trace RVP.PN mgeo cgeo 15 'TITR'
'PRESSION' ;
```

Bibliographie

Patrick Huerre
Mécanique des fluides
Cours de l'Ecole Polytechnique, Palaiseau 2002

Inge L.Ryhming
Dynamique des fluides
Cours du deuxième cycle universitaire, presses polytechniques romandes

Brigitte Lucquin et Olivier Pironneau
Introduction au calcul scientifique
Edition Masson

C.A. Marchaj
Aero-hydrodynamics of sailing
Adlard Coles edition